

ОСОБЕННОСТИ КОНВЕКТИВНЫХ ТЕЧЕНИЙ ЖИДКОСТИ В УДЛИНЕННЫХ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СЛОЯХ

А.И. Федюшкин

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук,
Москва, Россия, e-mail: fai@ipmnet.ru

Рассматривается задача о тепловой конвекции несжимаемой жидкости в вытянутом по горизонтали слое в поле силы тяжести при боковом подводе тепла. Конвективные циркуляционные течения такого типа можно наблюдать в океане, в астеносфере [1], в атмосфере и они известны уже более 300 лет (Halley -1686г, Hadley- 1735г.). Данная задача, наряду с известной задачей Рэля-Бенара о возникновении конвекции при подогреве слоя снизу, представляет одну из фундаментальных задач теории тепловой конвекции [2] и к ней не ослабевает интерес до настоящего времени, поскольку она имеет широкий диапазон приложений в геофизических, теплофизических, экологических и технологических процессах.

Данная задача характеризуется тремя безразмерными числами Рэля (Ra), Прандтля (Pr) и отношением сторон слоя ($L/H \gg 1$), а также граничными условиями и отличается от задачи Рэля-Бенара тем, что конвективное течение начинается (теряет устойчивость) при сколь угодно малом значении числа Рэля. В данной работе будут рассмотрены в основном установившиеся ламинарные течения, но также приводятся результаты по характеру установления конвективного течения при внезапном и плавном подводе тепла с торца слоя.

Известно, что для малых чисел Рэля ($Ra < 10^3$) при линейных допущениях существуют решения данной задачи, представляющие медленные одновихревые циркуляционные или адвективные течения. Структура течения такого типа показана, на рис.1. На рис.2 показаны результаты моделирования в виде изолиний функции тока и изотерм для случая $Ra=2 \cdot 10^5$, $Pr=5,8$, $L/H=12,71$, где структура течения еще имеет одновихревой характер, хотя изотермы поля температуры уже искривлены течением, профиль скорости отличен от параболического и величина градиента температуры по длине слоя переменна.

Во многих процессах и явлениях природы конвективные течения не описываются линейными приближениями и вследствие чего имеют свои особенности, которые нельзя экстраполировать из аналитических решений. В данной работе рассматриваются особенности конвективных течений в длинных горизонтальных слоях, связанные с изменением конвективной устойчивости течений, то есть с образованием той или иной устойчивой (или неустойчивой) температурной стратификации, которая получается (наводится течением) при изменении значений Рэля, Прандтля и граничных условий. Особенности стационарных течений могут заключаться, например, в образовании крупномасштабной многоячейковой структуры с определенным волновым числом и периодом [2], например, как на рис.3, или в образовании различных стационарных горизонтальных слоистых структур течения с противотоками внутри слоя (циркуляционные течения направленные навстречу основному), как на рис.4. Причинами особенностей течений с противотоками являются, во-первых, нелинейный характер зависимости скорости течения от температуры, во-вторых, образование устойчивой стратификации температуры по вертикали слоя и в-третьих, влияние торцевых стенок. Следует отметить сложный характер данных течений в тонких пограничных слоях около вертикальных стенок с наличием стационарных вторичных вихрей, которые также входят в структуру формирования горизонтальных противотоков. Для получения достоверных результатов моделирования данных конвективных течений в слое необходимо учитывать и правильно численно разрешать течение в пограничных слоях у торцов слоя. Наводимая конвекцией устойчивая температурная стратификация по вертикали слоя с увеличением чисел Рэля увеличивается и это способствует затягиванию ламинарного стационарного режима данных течений вплоть до значений числа Рэля равного $Ra=10^9$, вычисленному по малому размеру H .

Структура поля скорости при течении в горизонтальном слое может существенно влиять на характер теплопереноса и это необходимо учитывать во многих процессах,

например, это влияние существенно на скорость роста, распределение примеси и морфологию фронта кристаллизации при выращивании кристаллов в «лодочке» методом горизонтальной направленной кристаллизации.

В данной работе, на основе численного решения 2D уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости и уравнения переноса тепла, получены результаты для различных значений чисел Рэлея ($0 < Ra < 10^{10}$), Прандтля ($10^{-2} < Pr < 16$), удлинений ($1 < L/H < 20$) и типов граничных условий. На боковых стенках были заданы постоянные значения температуры T_1 и T_2 ($T_1 < T_2$), для скорости - условие прилипания. На горизонтальных стенках были рассмотрены случаи следующих граничных условий: для скорости – условие прилипания или условие проскальзывания (свободная поверхность), для температуры – либо задано условие теплоизоляции (рис.2,4), либо задана температура $T|_{y=0, y=H} = T_1 + x (T_2 - T_1) H/L$ (рис.3). Начальными условиями были нулевые скорости и для температуры: либо линейное распределение $T(t=0) = T_1 + x (T_2 - T_1) H/L$, либо средняя температура $T(t=0) = (T_1 + T_2) / 2$.

Численное решение уравнений Навье-Стокса осуществлялось двумя независимыми численными методами: конечноразностным (МКР) и методом контрольных объемов (МКО). Результаты расчетов, полученные разными методами, сравнивались между собой, а также сравнивались с экспериментальными данными А.Г. Кирдяшкина [2,3], расхождение экспериментальных и расчетных локальных размерных значений скорости и температуры не превосходило 2-3% (рис.5).

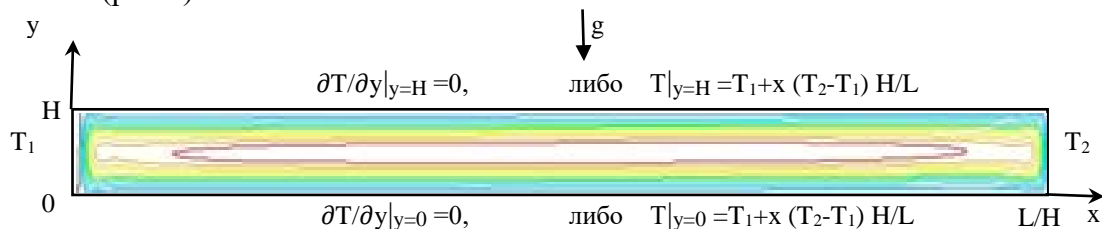


Рис.1. Схема расчетной области, граничные условия и изолинии функции тока одновихревого течения при малом числе Рэлея.

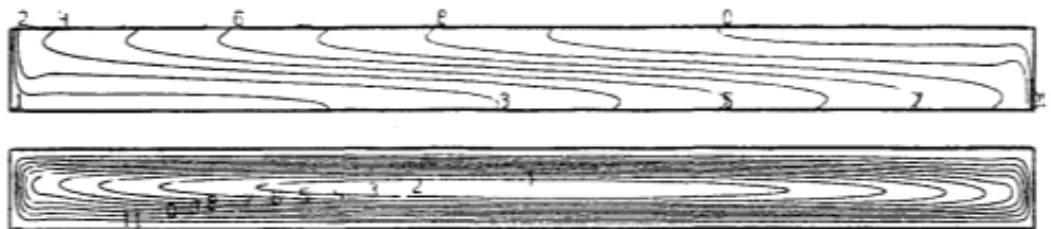


Рис. 2. Изотермы (вверху) и изолинии функции тока (внизу) при $Ra=2 \cdot 10^5$, $Pr= 5.8$, $L/H=12.71$, $(\partial T/\partial y|_{y=0, H=0} = 0)$

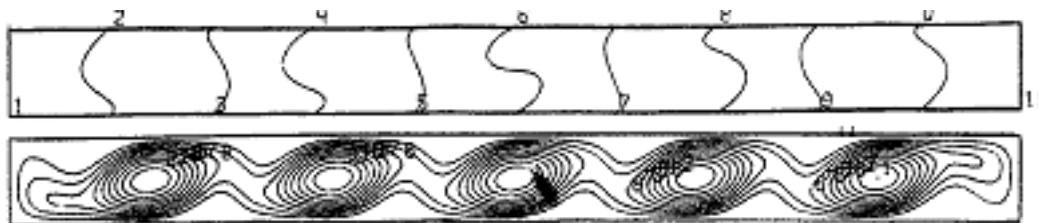


Рис. 3. Изотермы (вверху) и изолинии функции тока (внизу) при $Ra=2 \cdot 10^5$, $Pr= 0.01$, $L/H=12.71$ ($T|_{y=0, y=H} = T_1 + x (T_2 - T_1) H/L$).

При числах Прандтля меньше единицы толщина температурного слоя становится больше динамического, а при фиксированном профиле температуры на горизонтальных границах структура течения приобретает многоячейковый характер, как изображено на рис.3. Показано, что изменение структуры течения влияет на тепломассоперенос вдоль слоя.

Влияние числа Рэлея на структуру течения при одинаковых параметрах можно увидеть, сравнив результаты моделирования для воды при $Ra=2 \cdot 10^5$ (рис.3) и при $Ra=5.8 \cdot 10^8$ (рис.4, 5). При $Ra=2 \cdot 10^5$ течение имеет одновихревую структуру, которая начинает меняться при $Ra>10^6$ с образованием противотоков внутри слоя. При увеличении числа Рэлея интенсивность и количество вторичных течений в центре слоя (противотоков) увеличивается.

Если горизонтальная граница свободная, это сказывается на симметричности течения в слое, но не оказывает влияния на появление вторичных течений. На рис. 6 представлены профили безразмерных модулей скоростей в среднем вертикальном сечении при свободной и твердой верхней поверхности, ($Ra=10^8$, $Pr=0.1$, $L/H=12.71$) при теплоизолированных горизонтальных границах.

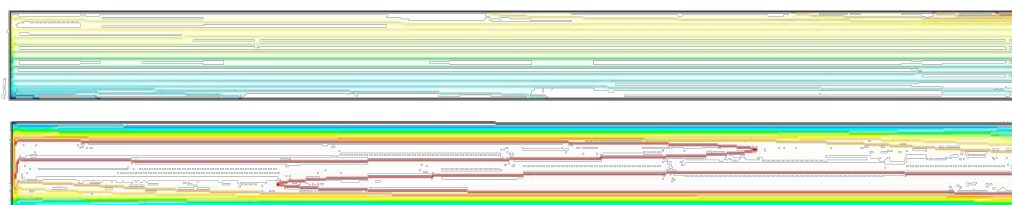


Рис. 4. Изотермы (вверху) и изолинии функции тока (внизу) при $Ra=5.8 \cdot 10^8$, $Pr=5.8$, $L/H=12.71$, $(\partial T/\partial y|_{y=0, H=0}=0)$

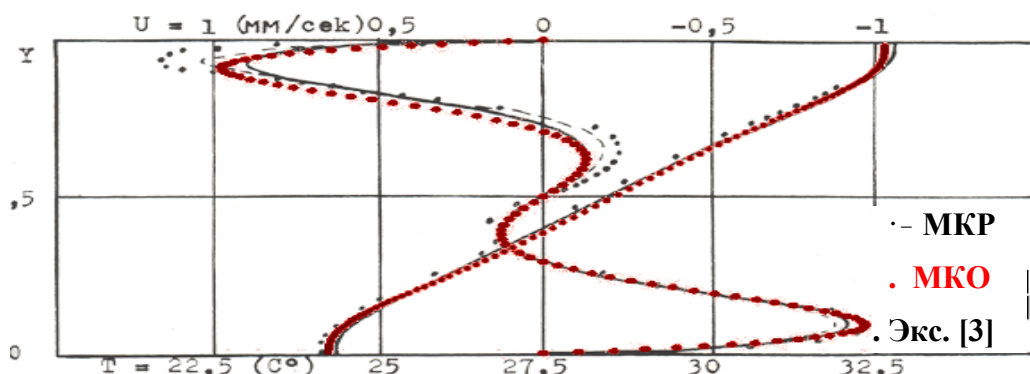


Рис.5. Профили скорости и температуры в среднем вертикальном сечении, полученные методами МКР и МКО в сравнении с экспериментальными данными [2] ($Ra=1.2 \cdot 10^8$, $Pr=5.8$, $L/H=12.71$), $(\partial T/\partial y|_{y=0, H=0}=0)$.

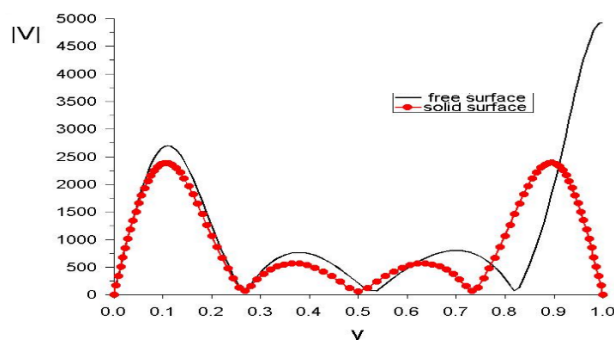


Рис.6. Профили модуля скорости в среднем вертикальном сечении при свободной и твердой верхней поверхности слоя, ($Ra=1.7 \cdot 10^7$, $Pr=0.1$, $L/H=12.71$), $(\partial T/\partial y|_{y=0, H=0}=0)$.

Литература

1. Кирдяшкин А. Г. Тепловые гравитационные течения и теплообмен в астеносфере. Новосибирск: Наука. Сиб. отделение, 1989. 81 с.
2. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с
3. Кирдяшкин А. Г., Полежаев В. И., Федюшкин А. И. Тепловая конвекция в горизонтальном слое при боковом подводе тепла. Гидроаэромеханика и космические исследования. - М.: Наука, 1985. С. 170-187.
4. А.Г. Кирдяшкин, В.И. Полежаев, А.И. Федюшкин. Тепловая конвекция в горизонтальном слое при боковом подводе тепла. ПМТФ, 1983, № 6. С. 122-128.