

Никитин И.С., Бурого Н.Г., Никитин А.Д., Стратула Б.А., Развитие усталостных повреждений при высокочастотном нагружении. В сборнике: Материалы XIII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАГ'2020), 6-13 сентября 2020 г., Алушта, Изд-во МАИ (М., 2020), с. 548-550. ISBN 978-5-4316-0699-1

## РАЗВИТИЕ УСТАЛОСТНЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ ПРИ ВЫСОКОЧАСТОТНОМ НАГРУЖЕНИИ

Никитин И.С.<sup>1</sup>, Бурого Н.Г.<sup>2</sup>, Никитин А.Д.<sup>1</sup>, Стратула Б.А.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт автоматизации проектирования РАН

<sup>2</sup> Институт проблем механики РАН им. А.Ю. Ишлинского

В работе предлагается мультирежимная модель развития усталостного разрушения, основанная на эволюционном уравнении для функции повреждаемости. Параметры модели определены для различных режимов усталостного разрушения - малоциклового и многоциклового усталости (МЦУ, МНЦУ), а также режима сверхмногоциклового усталости (СВМУ), соответствующего высокочастотному низкоамплитудному нагружению. Эта модель согласована с известными критериями многоосного усталостного разрушения для левой (МЦУ-МНЦУ) и правой (СВМУ) ветвей бимодальной усталостной  $S-N$  кривой [1].

Для режима МЦУ-МНЦУ вводится функция повреждаемости  $0 \leq \psi(N) \leq 1$ , которая описывает процесс постепенного циклического (усталостного) разрушения материала. При  $\psi = 1$  материальная частица считается полностью разрушенной. Ее модули Ламе равны нулю. Функция повреждаемости  $\psi$  в зависимости от числа циклов нагружения  $N$  для режима МЦУ-МНЦУ описывается уравнением:  $d\psi/dN = B_{LH} \psi^\gamma$ ,  $0 < \gamma < 1$ .

Число циклов до полного разрушения  $N_{LH}$  при  $\psi = 1$  находится из уравнения для повреждаемости для однородного напряженного состояния:

$$\psi^{1-\gamma} / (1-\gamma) \Big|_0^1 = B_{LH} N \Big|_{10^3}^{N_{LH}}, \quad N_{LH} = 10^3 + 1 / B_{LH} / (1-\gamma)$$

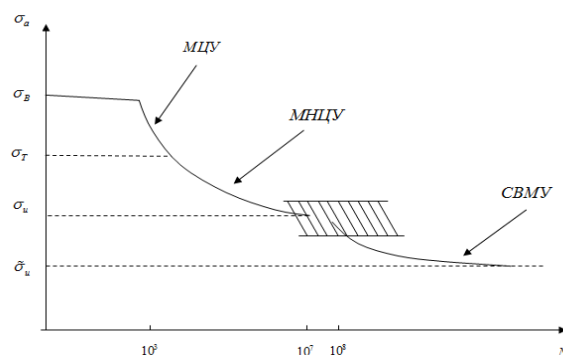


Рис. 1.

Критерий многоосного усталостного разрушения в режиме МЦУ-МНЦУ, соответствующий левой ветви бимодальной усталостной кривой (Рис.1) имеет вид:

$$\Delta \tau / 2 + \alpha_{LH} \Sigma_{\max} = S_{LH} + A_{LH} N_{LH}^{-\beta_{LH}}$$

где  $\Delta \tau = \sqrt{(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_2)^2 + (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)^2 + (\Delta \sigma_2 - \Delta \sigma_3)^2} / 3$  - размах октаэдрического касательного напряжения за цикл,  $\Delta \tau / 2$  - его амплитуда,  $\Sigma_{\max} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)_{\max}$  - сумма главных напряжений, максимальная за цикл нагружения,  $S_{LH} = \sqrt{2} \sigma_u / 6 / (1 - k_{LH})$ ,  $A_{LH} = 10^{3\beta_{LH}} \sqrt{2} (\sigma_B - \sigma_u) / 6 / (1 - k_{LH})$ ,  $\alpha_{LH} = \sqrt{2} (2k_{LH} - 1) / 6 / (1 - k_{LH})$ ,  $k_{LH} = \sigma_u / (2\sigma_{u0})$  [2].

Здесь  $\sigma_B$  - статический предел прочности материала,  $\sigma_u$  - классический предел усталости материала при реверсивном цикле (коэффициент асимметрии цикла  $R = -1$ ),  $\sigma_{u0}$  - классический предел усталости материала при пульсирующем цикле (коэффициент асимметрии цикла  $R = 0$ ),  $\beta_{LH}$  - степенной показатель левой ветви бимодальной усталостной кривой. Из критерия усталостного разрушения получаем:

$$N_{LH} = 10^3 \left[ (\sigma_B - \sigma_u) / \langle \sigma_{LH} - \sigma_u \rangle \right]^{1/\beta_{LH}}, \quad \sigma_{LH} = 6(1 - k_{LH}) (\Delta \tau / 2 + \alpha_{LH} \Sigma_{\max}) / \sqrt{2}$$

Приравнявая значения  $N_{LH}$  из решения уравнения для повреждаемости и из критерия разрушения, получим выражение для коэффициента  $B_{LH}$  ( $\sigma_u < \sigma_{LH} < \sigma_B$ ):

$$B_{LH} = 10^{-3} / (1 - \gamma) / \left( \left[ (\sigma_B - \sigma_u) / \langle \sigma_{LH} - \sigma_u \rangle \right]^{1/\beta_{LH}} - 1 \right)$$

Аналогично, для режима СВМУ получены параметры эволюционного уравнения для повреждаемости:  $d\psi / dN = B_{VH} \psi^\gamma$ ,  $0 < \gamma < 1$ .

Критерий многоосного усталостного разрушения в режиме СВМУ, соответствующий правой ветви бимодальной усталостной кривой (Рис.1) имеет вид:

$$\Delta \tau / 2 + \alpha_{VH} \Sigma_{\max} = S_{VH} + A_{VH} N_{VH}^{-\beta_{VH}}$$

где  $S_{VH} = \sqrt{2} \tilde{\sigma}_u / 6 / (1 - k_{VH})$ ,  $A_{VH} = 10^{8\beta_{VH}} \sqrt{2} (\sigma_u - \tilde{\sigma}_u) / 6 / (1 - k_{VH})$ ,  $k_{VH} = \tilde{\sigma}_u / (2\tilde{\sigma}_{u0})$ ,  $\alpha_{VH} = \sqrt{2} (2k_{VH} - 1) / 6 / (1 - k_{VH})$  [2]. Здесь  $\tilde{\sigma}_u$  - предел усталости материала при реверсивном цикле на правой ветви бимодальной усталостной кривой,  $\tilde{\sigma}_{u0}$  - предел усталости материала при пульсирующем цикле на правой ветви бимодальной усталостной кривой,  $\beta_{VH}$  - степенной показатель правой ветви бимодальной усталостной кривой. Коэффициент уравнения для повреждаемости равен ( $\tilde{\sigma}_u < \sigma_{VH} < \sigma_u$ ):

$$B_{vH} = 10^{-8} / (1 - \gamma) / \left( \left[ (\sigma_u - \tilde{\sigma}_u) / \langle \sigma_{vH} - \tilde{\sigma}_u \rangle \right]^{1/\beta_{vH}} - 1 \right), \quad \sigma_{vH} = 6(1 - k_{vH})(\Delta\tau / 2 + \alpha_{vH} \Sigma_{\max}) / \sqrt{2}$$

Поведение поврежденного материала описывается уравнениями деградации его модулей упругости  $\lambda(\psi) = \lambda_0(1 - \psi)$ ,  $\mu(\psi) = \mu_0(1 - \psi)$ .

Численная процедура решения дифференциального уравнения для функции повреждаемости состоит из следующих этапов. Рассчитываем напряженное состояние в образце материала в одном цикле нагружения. Интегрируем уравнение  $d\psi/dN = B\psi^\gamma$  для разностной аппроксимации функции повреждаемости в  $k$ -узле расчетной сетки при заданных дискретных значениях  $\psi_k^n$  в моменты  $N_n$  и искомых  $\psi_k^{n+1}$  в моменты  $N_{n+1}$ :  $\psi_k^{n+1} = \min(1.0, \psi_k^n + B_k^n (\psi_k^n)^\gamma H(1 - \psi_k^n)(N_{n+1} - N_n))$ . Отметим, что «время» развития усталостной поврежденности измеряется циклами (время  $t \equiv N$ ). Производится пошаговый расчет модулей упругости:  $\lambda(\psi_k^n) = \lambda_0(1 - \psi_k^n)$ ,  $\mu(\psi_k^n) = \mu_0(1 - \psi_k^n)$ . Величина шага определяется условием  $\Delta N_n = N_{n+1} - N_n = 0.1 / [\max_k (B_k^n (\psi_k^n)^\gamma H(1 - \psi_k^n)) + 10^{-6}]$ , обеспечивающим на каждом шаге максимальное приращение повреждаемости 0.1. Поскольку поврежденность меняется, то напряженное состояние пересчитывается на каждом шаге по «времени». Далее повторяем численную процедуру до тех пор, пока границы разрушенной области не выйдут на поверхность образца (макроскопическое разрушение). Для расчета единичного цикла нагружения деформируемого образца с дефектом или системой дефектов был использован оригинальный неявный безматричный алгоритм МКЭ [3]. С помощью предложенной модели решены задачи о развитии зон усталостной поврежденности в окрестности типичных дефектов структуры материала (микропоры, жесткие микровключения, микротрещины). Проведено сравнение полученных численных результатов с данными усталостных испытаний образцов из титановых сплавов в различных режимах циклического нагружения. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-19-00705).

### Литература

1. Burago N.G., Nikitin I.S. Multiaxial Fatigue Criteria and Durability of Titanium Compressor Disks in low- and giga- Cycle Fatigue Modes. Heidelberg. Springer. Mathematical Modeling and Optimization of Complex Structures. 2016. Pp. 117-130.
2. Bourago N.G., Zhuravlev A.B., Nikitin I.S. Models of multiaxial fatigue fracture and service life estimation of structural elements// Mechanics of Solids. Vol. 46. N. 6. 2011. Pp. 828-838.
3. Burago N.G., Nikitin I.S., Nikitin A.D., Stratula B.A. Algorithms for calculation damage processes// Frattura ed Integrita Strutturale. 2019. Vol. 49. Pp. 212-224.