МИНИСТЕРСТВО СУДОСТРОИТЕЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ
С.С.С.Р.

Журнал "ПРИБОРОСТРОЕНИЕ", 1944г., №2

А.Ю. И ш л и н с к и й

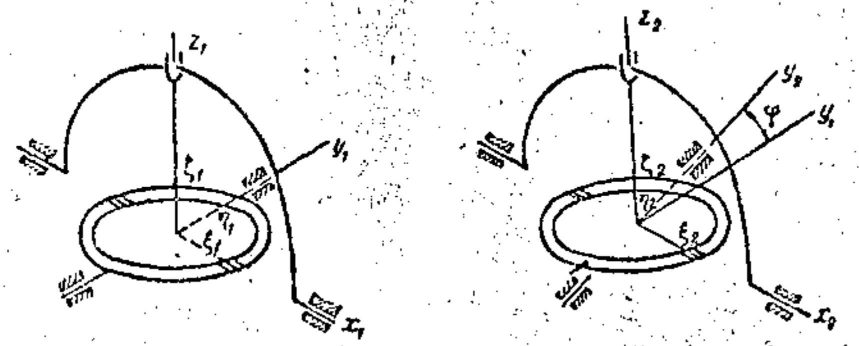
О ВЗАИМНОМ ВРАЩЕНИИ ДВУХ СТАБИЛИЗИРОВАННЫХ ПЛОЩАДОК ПРИ КАЧКЕ КОРАБЛЯ

ПРОЭКТИРОВАНИЕ И КОНСТРУКЦИИ

О взаимном вращении двух стабилизированных площадок при качке корабля

Д-р физико-матем. наук А. Ю. Ишлинский

Представим себе два кардановых подвеса, оси внешних колец которых параллельны плоскости палубы корабля и образуют угол φ между собою; оси бугелей подвесов также параллельны плоскости палубы (фиг. 1). Пусть плоскости внутренних колец подвесов параллельны друг другу, например обе горизонтальны. Тогда при качке корабля внутренние кольца (стабилизированные площадки) будут



Фиг. 1.

иметь вращение одно относительно другого, если только угол φ отличен от нуля. Угол поворота одного кольца относительно другого при $\varphi = 90^\circ$ с достаточным для техника приближением равен произведению углов поворота внешнего кольца и бугеля одного из подвесов от их среднего положения. Вывод этого известного соотношения можно найти в моей работе «Геометрия бикарданова подвеса».

Некоторые формулы, выведенные в этой работе, будут использованы в дальнейшем для решения следующей задачи: «Найти с достаточной для технических надобностей точностью угол поворота внутренних колец двух карданных подвесов, о которых было упомянуто выше, при произвольном значении угла φ между осями внешних колец».

Обозначим через x_1, y_1, z_1 оси системы координат, связанной с корпусом первого подвеса, причем ось x_1 направим по оси бугеля, ось y_1 — по оси внешнего кольца и ось z_1 — перпендикулярно осям x_1 и y_1 вверх. Через $\xi_1 \eta_1 \zeta_1$ обозначим оси системы координат, связанной с внутренним кольцом первого подвеса, совпадающие соответственно с осями x_1, y_1, z_1, когда плоскость внешнего кольца параллельна плоскости палубы корабля, или, что то же самое — плоскости $x_1\ y_1$. Пусть α_1 и β_1 — углы поворота бугеля и внешнего кольца от их среднего положения[1]. Плоскость бугеля в его среднем положении проходит через ось z_1 а плоскость внешнего кольца перпендикулярна этой оси (т. е. проходит через ось x_1). При $\alpha_1 > 0$ бугель повернут против стрелки часов, если смотреть на него со стороны положительного направления оси x_1; при $\beta_1 > 0$ внешнее кольцо повернуто против стрелки часов, если смотреть на него со стороны положительного направления оси y_1.

Обозначим через x_2, y_2, z_2 и ξ_2, η_2, ζ_2 аналогичные системы координат, относящиеся ко второму карданову подвесу, и через α_2 и β_2 — соответственные углы поворота его бугеля и внешнего кольца.

Угол между осями y_1 и y_2 (или, что то же, между осями x_1 и x_2), согласно вышеизложенному, обозначим через φ. Через χ обозначим угол между осями ξ_1 и ξ_2. Очевидно, что при $\alpha_1 = 0$ и $\beta_1 = 0$ имеем $\alpha_2 = 0$ и $\beta_2 = 0$ и, кроме того, $\chi = \varphi$. При углах α_1 и β_1, отличных от нуля, угол χ не равен углу φ и их разность

$$\gamma = \chi - \varphi$$

представляет собой величину поворота внутреннего кольца второго подвеса относительно внутреннего кольца первого подвеса.

Для решения поставленной задачи надлежит определить величину γ как функцию углов α_1, β_1 и φ (или, например, α_2, β_2 и φ).

Таблицы косинусов между осями систем координат $x_1\ y_1\ z_1$ и ξ, η, ζ и между осями систем x_2, y_2, z_2 и ξ_2, η_2, ζ_2 имеют вид:

	ξ_1	η_1	ζ_1
x_1	$\cos\beta_1$,	$\frac{1}{R_1}\sin\alpha_1\sin\beta_1\cos\beta_1$,	$\frac{1}{R_1}\cos\alpha\ \sin\beta$
y_1	0,	$\frac{1}{R_1}\cos\alpha_1$,	$\frac{1}{R_1}\sin\alpha\cos\beta_1$
z_1	$-\sin\beta_1$	$\frac{1}{R_1}\sin_1\alpha\cos^2\beta_1$,	$\frac{1}{R_1}\cos\alpha_1\cos\beta_1$

где $R_1 = \sqrt{1-\sin^2\alpha_1\sin^2\beta_1}$

	ξ_2	η_2	ζ_2
x_2	$\cos\beta_2$,	$\frac{1}{R}\sin\alpha_2\sin\beta_2\cos\beta_2$,	$\frac{1}{R}\cos\alpha_2\sin\beta_2$
y_2	0,	$\frac{1}{R_2}\cos\alpha_2$,	$-\frac{1}{R_2}\sin\alpha_2\cos\beta_2$
z_2	$-\sin\beta_2$,	$\frac{1}{R_2}\sin\alpha_2\cos^2\beta_2$,	$\frac{1}{R_2}\cos\alpha_2\cos\beta_2$

где $R_2 = \sqrt{1-\sin^2\alpha_2\sin^2\beta_2}$

---

[1] См. Бюллетень № 1 „Приборостроение", статьи того же автора „Геометрия бикарданова подвеса".

получаем в результате приближенное равенство:

$$-\frac{1}{2}\alpha_2^2\beta_2 = \cos\varphi\left(-\frac{1}{2}\alpha_1^2\beta_1\right) + $$
$$+\sin\varphi\left(-\frac{1}{2}\alpha_1^2\beta_1\right) + \gamma\sin\varphi\,\beta_1 + \gamma\cos\varphi\,\alpha_1.$$

В последних двух членах углы β_1 и α_1 написаны соответственно вместо выражений

$$\sin\beta_1 \quad \text{и} \quad \frac{1}{R_1}\sin\alpha_1\cos^2\beta_1,$$

ибо происходящая от этой замены погрешность при определении угла γ имеет порядок выше третьего относительно углов α_1 и β_1.

Из соотношений, содержащих угол φ с точностью до малых первого порядка выражения для углов α_2 и β_2 через α_1, β_1 и φ, получаем

$$\beta_2 = \cos\varphi\beta_1 - \sin\varphi\alpha_1,$$
$$\alpha_2 = \sin\varphi\beta_1 + \cos\varphi\alpha_2 \text{ [1]}.$$

Используя полученные соотношения, можно, не уменьшая точности выкладок, приближенное равенство, содержащее угол γ, привести к виду

$$-\frac{1}{2}\alpha_2^2\beta_2 = -\frac{1}{2}\alpha_1\beta_1(\alpha_1\cos\varphi + \beta_1\sin\varphi) +$$
$$+\gamma(\alpha_1\cos\varphi + \beta_1\sin\varphi) = -\frac{1}{2}\alpha_1\beta_1\alpha_2 + \gamma\alpha_2,$$

откуда

$$\gamma = \frac{1}{2}\alpha_1\beta_1 - \frac{1}{2}\alpha_2\beta_2.$$

Заменяя α_2 и β_2 их выражениями через α_1 и β_1, получим:

$$\gamma = \frac{1}{2}\alpha_1\beta_1 - \frac{1}{2}\alpha_1\beta_1(\cos^2\varphi - \sin^2\varphi) -$$
$$-\frac{1}{2}\beta_1^2\cos\varphi\sin\varphi + \frac{1}{2}\alpha_1^2\cos\varphi\sin\varphi,$$

или

$$\gamma = \frac{1}{4}(\alpha_1^2 - \beta_1^2)\sin 2\varphi + \alpha_1\beta_1\sin^2\varphi.$$

Последняя формула решает поставленную задачу с точностью до малых третьего порядка относительно углов α_1 и β_1 [1] включительно.

---

[1] Эти соотношения справедливы и с точностью до малых второго порядка включительно относительно углов α_1, β_1, α_2, β_2.