

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского
Российской академии наук
(ИПМех РАН)

На правах рукописи

КОРЮКОВ ИВАН АЛЕКСАНДРОВИЧ

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УДАРНО-
ВОЛНОВЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ
В ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ПОТОКАХ ГАЗА**

Специальность 1.1.9. Механика жидкости, газа и плазмы

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физ.-мат. наук,
академик РАН
Суржиков С.Т.

Москва, 2025 год

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
ГЛАВА 1. Отечественный и зарубежный опыт исследований в области аэротермодинамики и механики высокоскоростных потоков газов	17
1.1. Вывод.....	38
ГЛАВА 2. Метод исследования течения совершенного сжимаемого газа с использованием конечно-объемной методики на неструктурированных сетках.....	39
2.1. Введение.....	39
2.2. Классический способ расщепления по физическим процессам реализуемый на неструктурированных сетках.....	41
2.3. Постановка начальных и граничных условий.....	55
2.4. Вывод.....	56
ГЛАВА 3. Метод решения задачи теплового баланса конструкций с использованием численных схем на неструктурированных сетках.....	57
3.1. Вычислительная модель в трехмерной постановке.....	57
3.2. Постановка начальных и граничных условий.....	62
3.3. Вывод.....	63
ГЛАВА 4. Результаты численного моделирования	64
4.1. Введение.....	64
4.2. Численное моделирование обтекания модели двойного конуса 25°/55° высокоскоростным потоком газа.....	65
4.3. Численное моделирование обтекания моделей бесконечного цилиндра и затупленного конуса высокоскоростным потоком газа.....	77
4.4. Численное моделирование обтекания модели HIFiRE-1 высокоскоростным потоком газа	101
4.5. Численное моделирование теплового баланса на примере модели экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1	109
4.6. Выводы к главе.....	124
Заключение	125
Список литературы.....	127

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность. Интенсивное освоение космоса развитыми странами – Россией, США, Францией, Германией, Китаем, Японией – ставит задачу создания новых экономичных транспортных систем по доставке экипажей космонавтов, грузов на околоземную орбиту и возвращение их на Землю, а также возвращаемых межпланетных космических зондов различного назначения. Важнейшей задачей, в этом отношении, в России, США, Китае и Индии считается планируемая на перспективу высадка космонавтов на Луну и Марс, с дальнейшим возвращением их на Землю, а также промышленное освоение Луны.

Начиная с 1980-х годов в ведущих космических державах стали интенсивно разрабатываться принципиально новые перспективные высокоскоростные летательные аппараты (ЛА), такие как трансатмосферные, межорбитальные, высокоманевренные ЛА, совершающие аэродинамические маневры и/или рикошеты при высоких скоростях в верхних слоях атмосферы Земли при перелете с верхних орбит на нижние без использования двигателей, но с помощью торможения в атмосфере с использованием подъемной силы, а также малоразмерные экономичные транспортные воздушно-космические самолеты.

Здесь следует упомянуть, что первый случай использования рикошетирования (аэрозахвата, аэроторможения – aerobraking) в атмосфере Земли для перевода подлетной к планете гиперболической скорости космического аппарата (далее КА) в орбитальную был зафиксирован в СССР еще в 1968 году при возвращении на земную поверхность после облета Луны аппаратов серии «Зонд» [1]. Эти аппараты совершали трех- и двукратные погружения в атмосферу на глубину до 50 км с последующим выходом за счет аэродинамического качества на высоты более 100 км. Летные эксперименты показали, насколько существенно была преувеличена тепловая защита этих аппаратов вследствие недостаточности на тот момент знаний ряда проблем аэротермодинамики, в частности механизма уноса массы теплозащитных покрытий.

В совокупности все перечисленные выше проекты выявили ряд аэротермодинамических проблем слабо или вообще не исследованных широко

как в экспериментальных программах, так и в теоретических исследованиях, выполненных в 1960-х и 1970-х годах и направленных главным образом на создание и использование таких консервативных по сегодняшним понятиям схем, как Space Shuttle [2], юпитерианский зонд Galileo [3], аппараты, спускаемые по баллистическим траекториям и другие [4]. Используемые в настоящее время для выхода на орбиту Земли и спуска с нее пилотируемые транспортные системы «Союз» [5] и «Шаттл» в обозримом будущем будут заменены как в России, так и в США (например, система «Спейс Шаттл» была снята с эксплуатации в 2012 г., хотя была вероятность продолжения срока ее эксплуатации) новой космической техникой, сочетающей в себе надежность корабля «Союз», обеспечение достаточно низких перегрузок на экипаж при спуске с орбиты, комфорт характерные как для КА «Шаттл» и его отечественного аналога «Энергия-Буран» [6], при уменьшенных эксплуатационных и временных затратах при его создании и послеполётном восстановлении.

В настоящее время работы по проектированию и отработке летных высокоскоростных демонстраторов, являющихся прообразами аппаратов многоразового использования, ведутся в рамках таких национальных программ, как X-38 (транспортное средство спасения команды) в США [7], Pre-X во Франции [8], Hyper-X в Японии [9], Hopper в Германии [10], USV в Италии [11].

После создания и успешных полетов таких транспортных систем, как Space Shuttle (США), «Энергия-Буран» (Россия), все промышленно развитые страны в конце 80-х годов включились в разработку и создание своих КА: в Англии – HOTOL (Horisontal Take off and Landing) [12], в Германии – ZAENDER [13], HYTEX (Hypersonic Technology Experimental Vehicle – летающая лаборатория на основе технологии ВКА ZAENDER) [14], во Франции – HERMES (минишаттл) [15], в Японии – HOPE [16], HIMES (Highly Manoeuvrable Experimental Space Vehicle) [17], [18].

Хотя конкретная реализация многих из указанных проектов по ряду причин (в основном финансовых) в настоящее время приостановилась, научно-исследовательские работы по этим или несколько измененным проектам

продолжаются и расширяются как в университетских лабораториях, так и в национальных исследовательских институтах. Западноевропейские страны, начавшие с начала 90-х годов вести собственные научные исследования и технические разработки по высокоскоростным ЛА, рассмотрели возможность создания многонациональных научно-исследовательских объединений, которые могли бы представить серьезную конкуренцию США в этой области. Примером тому является нынешнее объединение 17-ти европейских стран в рамках ESA (European Space Agency), созданная в 1975 году в целях исследования космоса, с центром в ESTEC (European Space Research and Technology Center) [19], находящемся в городке Noordwijk (The Netherlands). Под эгидой ESA регулярно проводятся научно-технические европейские конференции и коллоквиумы по аэротермодинамике космических аппаратов, а также симпозиумы под эгидой IUTAM «Аэротермохимия космических аппаратов и соответствующие гиперзвуковые течения» [20]. Главной целью этих форумов, как ее сформулировал председатель одного из таких форумов проф. R. Brun (Франция), является «выяснение взаимодействия между механическими и физико-химическими явлениями высокочастотных потоков, присущих гиперзвуковым течениям».

Активность Китая в области космических полетов с человеком на борту приобрела мировую известность после успешного запуска 21 ноября 1999 г. беспилотного Shenzhou («Космический корабль») [21], космического ЛА и затем запуска своего первого космонавта. В 2008 г. китайский космонавт впервые вышел в открытый космос [22].

Японские специалисты также ведут работы по созданию двухступенчатой космической транспортной системы (КТС), в перспективе планируется создание одноступенчатого КА. Финансирование исследований по высокоскоростной аэротермодинамике и тепломассообмену в Японии неуклонно растет.

В США разрабатывается новое поколение транспортных КА Space Shuttle TAF (Transatmospheric Vehicles) – это NASP (National Aero-Space Plane) [23]. Главная мотивация интереса к этим проектам состоит в желании создать одноступенчатую систему, выводящую КА на орбиту Земли с помощью

гиперзвукового воздушно-реактивного двигателя (ГПВРД), работающего на водороде, т.е. с использованием воздуха как окислителя в противоположность жидкостно-реактивным двигателям (ЖРД), использующим бортовой запас окислителя. Кроме того, в последние 20 лет в США разрабатывается также новая космическая транспортная система AOTV (Aeroassisted Orbital Transfer Vehicle – орбитальный транспортный космический аппарат (буксир) [24], использующий аэродинамическую подъемную силу при маневрировании в верхних слоях атмосферы Земли), которая будет возвращаться с геоцентрической орбиты к высоким или низким орбитам спутников Земли со скоростями в диапазоне 7-11 км/с и делать аэродинамический маневр (рикошет) в атмосфере на высотах 70-100 км. Использование при этом маневре аэродинамических сил вместо двигателей признано более экономичным.

Планируется, что аппараты AOTV будут применяться также при возвращении зондов с Луны и Марса. Так, автоматические или управляемые человеком аппараты, возвращающиеся с орбиты Марса на Землю, будут входить в атмосферу Земли со скоростями до 16 км/с. Со сверхорбитальными скоростями будут двигаться в атмосферах планет зонды, проектируемые для исследования планет и других малых космических тел Солнечной системы, например проект HUYGENS, предназначенный для проведения измерений в атмосфере и затем посадки на поверхность Титана (14 января 2005 года зонд «HUYGENS» успешно вошёл в атмосферу Титана и совершил посадку на его поверхность в области, получившей название Ксанаду), проект ROSETTA, предназначенный для посадки КА на комету и возвращения его на Землю с образцами кометных ядер, зонды MARSNET, MSR (Mars Sample Return) на Марс с роботами, собирающими образцы грунта Марса и возвращающимися на Землю. Проект Deep Impact (США) предполагает удар специального зонда по комете Temply-I, а нереализованный проект ESA эксперимент «Дон Кихот», предполагал осуществить удар по астероиду.

У возвращающихся на Землю планетных зондов аэродинамический лобовой экран защищен уносимым теплозащитным покрытием (ТЗП) PICA (Phenolic

impregnated carbon ablator) [25] – матрицы из углеродных волокон, связанных (пропитанных) фенолформальдегидной (бакелитовой) смолой. Этот материал уже использовался в 2006 г. для теплозащиты космического зонда Stardust, собравшего образцы пыли у ядра кометы Wild-2 и вернувшегося на Землю с подлетной скоростью 13 км/с (это был самый быстрый управляемый спуск).

Из всего вышеизложенного следует масштабность и многообразие проблем аэротермодинамики, подлежащих решению силами мирового сообщества ученых и инженеров.

В период создания и развития космических транспортных систем в 1960-х и 1970-х годах в отсутствие необходимых вычислительных мощностей и развитых эффективных численных методов для решения уравнений Эйлера [26], Навье-Стокса [27], [28] и Рейнольдса [29] были развиты приближенные инженерные аналитические методы, основанные на схеме Прандтля [30]: внешнее невязкое течение плюс вязкий пограничный слой. В рамках такой методологии как в США, так и в Советском Союзе, которая получила максимальное развитие в период создания ВКС многоразового использования «Энергия–Буран» и «Спейс Шаттл», реальная конфигурация КА разбивалась на ряд секций, которые могли быть аппроксимированы простыми геометрическими формами.

Граничные условия на внешней границе пограничного слоя (далее ПС) определялись из приближенных аналитических (например, касательных клиньев или конусов) [31] или численных решений уравнений Эйлера [32 – 35]. При необходимости при больших числах Маха и для малых и умеренных чисел Рейнольдса (режимы высотной высокоскоростной аэродинамики) эти решения уточнялись с учетом эффектов второго порядка теории пограничного слоя, в частности эффекта вязко-невязкого взаимодействия. Соответственно тепловые потоки, распределение температуры по поверхности КА и скорость уноса массы ТЗП определялись или из численного решения уравнений ПС, или с помощью приближенных их решений: автомодельных решений, методами эффективной длины, осесимметричной аналогии, среднемассовых величин или методом последовательных приближений и др. [36 – 38].

В настоящее время, в резком контрасте с упомянутыми выше ранними годами развития высокоскоростной аэродинамики и тепломассообмена, вычислительная гидродинамика (CFD – computational fluid dynamics) заняла лидирующее положение в разработке программ создания современных КА, позволяя рассчитывать аэродинамические и тепловые характеристики реальных конфигураций КА с учетом всех основных физико-химических процессов, протекающих в ударном слое и на обтекаемой поверхности. Это объясняется впечатляющим и продолжающимся увеличением мощности ЭВМ (350-кратное увеличение производительности Супер-ЭВМ от 1 терафлопса в 1996 году до 350 терафлопс в 2006 г. и одновременно 60-кратное снижение стоимости вычислений) и возможностей вычислительного программного обеспечения и оборудования за последние десятилетия. В 2011 году супервычислитель МГУ «Ломоносов» [39] достиг пиковой производительности в 1 петафлопс. Такой машины не было даже в Японии, Канаде, Франции. В 2014 году велись разработки нового супервычислителя для МГУ им. М.В. Ломоносова «Ломоносов-2». Установлен в НИВЦ МГУ. По состоянию на 2020 год производительность «Ломоносов-2» составляла 2,478 петафлопс, а при максимальной производительности – 4,947 петафлопс.

Ключ к успеху на 80-90% – это программы для решения рационально поставленных задач, параллельные алгоритмы, математика, ориентированных на компьютеры с параллельной архитектурой петафлопсного класса. Это есть на сегодня наиболее трудная часть проблемы и наиболее важная. Сегодня без преувеличения можно сказать, что вычислительная гидродинамика (численное моделирование) превратилась в критическую (ключевую) технологию, представляющую неограниченную возможность для эффективного проектирования и дальнейшего развития КА, в частности для моделирования поля течения около полной компоновки самолета. Это явилось следствием недавнего прогресса в моделировании геометрии, генерации поверхностной, объемной разностной сетки и в создании эффективных численных методов.

В высокоскоростном течении около КА проявляется полный набор атомно-молекулярных высокотемпературных физических явлений, включающий разреженность, релаксацию внутренних степеней свободы, многокомпонентную диффузию, диссоциацию и рекомбинацию как в потоке, так и на стенке, ионизацию, радиацию и неравновесность (термическую, химическую и термодинамическую), проявляется, в общем, в макроскопической форме в виде широкого диапазона изменения определяющих параметров подобия – чисел M (Маха), Re (Рейнольдса), Kn (Кнудсена), Dam (число Дамкеллера), Sc (число Шмидта), Le (число Льюиса-Семенова) и др. Отсюда следует, что эффективное экспериментальное моделирование высокоскоростных высотных течений в наземных условиях жестко ограничено. С другой стороны, разумная и надежная экстраполяция численных результатов на условия полета требует летных экспериментов.

Реализация космических программ требует глубокого теоретического анализа аэротермохимических задач в широком диапазоне чисел Маха ($1 \div 30$) и Рейнольдса ($Re > 10^8$) и тем самым включает их исследования при континуальном, переходном и свободномолекулярном режимах обтекания КА с учетом сопровождающих их физико-химических процессов, т. к. эти процессы существенно (иногда определяющим образом) влияют на параметры газа в ударном слое, на аэродинамические характеристики аппаратов, тепло и массоперенос, образование плазмы и спектр излучения и оказываются важными при оценке воздействия потока на органы управления (элероны, щитки, управляющие струи и др.). На больших высотах ($60 \div 100$ км) эти процессы протекают термохимически неравновесно, иногда с большим отклонением от локального термодинамического равновесия, и не всегда моделируются в существующих наземных установках.

Создание оригинальных и эффективных вычислительных технологий, позволяет в рамках уравнений Навье-Стокса (НС), Рейнольдса и их асимптотически упрощенных [40], [41] математических моделей аэротермодинамики (уравнения ПС, вязкого ударного слоя (далее ВУС), параболизированные уравнения Навье-Стокса) определять аэротермодинамические

параметры возвращаемых КА, сопровождать расчетными исследованиями эксперименты в аэродинамических и высокоэнтальпийных наземных установках ЦНИИМаш [42], ЦАГИ [43], ИПМех РАН [44], ИТПМ СО РАН [45] и др., определять каталитические свойства теплозащитных материалов многоразовых КА и эффективные энтальпии уноса массы различных ТЗП для траекторий спуска КА разного назначения в атмосферах Земли и Марса, проектировать, разрабатывать и оптимизировать формы новых классов КА с реальной геометрией формы с минимальным проведением дорогостоящих и часто практически невыполнимых надежных экспериментов.

Также новые созданные вычислительные технологии позволили существенно повысить производительность расчетов, снизить сроки и стоимость проведения проектных работ в аэрокосмической индустрии. С их помощью уже проводился детальный анализ тепломассобмена ряда существующих и перспективных изделий аэрокосмической отрасли. Разработанные расчетные методики широко используются при планировании сложных экспериментов, обработке их результатов и переносе полученных данных на натурные условия (индукционные плазмотроны ВГУ-4 ИПМех РАН [44] и ЦНИИМаш [42]).

Разработаны оригинальные физико-математические модели, детально учитывающие основные термически неравновесные гомогенные и гетерогенные каталитические процессы, и обнаружено их влияние на аэродинамические силы, моменты и тепловые потоки при моделировании входа спускаемых с орбиты Земли космических аппаратов по баллистическим, планирующим и рикошетирующим траекториям, а также космических зондов, возвращаемых в околоземное пространство после облета планет Солнечной системы.

Внедрение указанных оригинальных методов и программ, соответствующих мировому уровню в ракетно-космической науке и технике, позволило существенно повысить качество проектных расчетов в области аэродинамики и теплообмена и производительность труда инженеров-расчетчиков, улучшить проектные характеристики изделий и снизить затраты, связанные с их созданием, во многих

ракетно-космических опытно-конструкторских и исследовательских организациях России [46].

Цель работы изучение аэротермодинамики высокоскоростных летательных аппаратов с использованием авторских компьютерных программ, реализующих численное интегрирование пространственных уравнений Навье-Стокса для решения задач внешней аэротермодинамики и уравнение теплопроводности для изучения прогрева в конструкциях обтекаемых изделий. А также создание методики сопряженного численного моделирования внешней аэротермодинамики и задач теплового баланса конструкции высокоскоростных летательных аппаратов.

Научная новизна работы состоит в следующем:

1. Развита программная реализация метода расщепления по физическим процессам на трехмерных неструктурированных сетках путем использования приближенного метода расчета распада произвольного разрыва на границах ячеек AUSM \pm up2 применительно к расчету аэротермодинамики высокоскоростных летательных аппаратов различной формы.

2. Предложена методика сопряженного численного моделирования внешней аэротермодинамики и задач прогрева конструкции высокоскоростных летательных аппаратов.

3. Разработаны авторские программные коды, реализующие метод сопряженного численного моделирования внешней аэротермодинамики и задач прогрева на трехмерных неструктурированных сетках для конструкций летательных аппаратов произвольных геометрий.

4. Выполнено расчетно-теоретическое исследование пространственной задачи обтекания на примере экспериментального высокоскоростного аппарата HIFiRE-1 с использованием разработанного авторского компьютерного кода, реализующего модель вязкого сжимаемого теплопроводного газа на трехмерных неструктурированных сетках

5. Выполнено расчетно-теоретическое исследование пространственной задачи прогрева на примере экспериментального высокоскоростного аппарата HIFiRE-1 с использованием разработанного авторского компьютерного кода,

реализующего решение уравнение теплопроводности, в том числе с учетом композиций материалов.

Основными защищаемыми положениями и результатами являются:

1. Результаты расчетно-теоретических исследований аэродинамических характеристик трех элементов конструкции одного экспериментального высокоскоростного летательного аппарата с использованием разработанных авторских компьютерных кодов, реализующих модель вязкого сжимаемого теплопроводного газа, описываемой пространственной нестационарной системой уравнений Навье-Стокса на трехмерных неструктурированных сетках.

2. Результаты расчетно-теоретических исследований по прогреву элементов конструкций и всего высокоскоростного летательного аппарата простой формы.

3. Разработанная методика сопряженного численного моделирования внешней аэротермодинамики и задач прогрева конструкции высокоскоростных летательных аппаратов.

4. Решение пространственной задачи обтекания на примере экспериментального высокоскоростного аппарата HIFiRE-1 с использованием разработанного авторского компьютерного кода, реализующего модель вязкого сжимаемого теплопроводного газа на трехмерных неструктурированных сетках.

5. Развитие программной реализации метода расщепления по физическим процессам на трехмерных неструктурированных сетках путем использования приближенного метода расчета распада произвольного разрыва на границах ячеек AUSM \pm up2 применительно к расчету аэротермодинамики высокоскоростных летательных аппаратов различной формы.

6. Решение пространственной задачи прогрева на примере экспериментального высокоскоростного аппарата HIFiRE-1 с использованием разработанного авторского компьютерного кода, реализующего решение уравнения теплопроводности, в том числе с учетом композиций материалов.

Практическая значимость. Построенная в работе компьютерная модель аэротермодинамики высокоскоростных летательных аппаратов может быть использована для численного моделирования высокоскоростного полета и расчета

аэродинамических и тепловых характеристик летательных аппаратов произвольной формы.

Построенная компьютерная модель прогрева конструкций высокоскоростных летательных аппаратов может быть использована для анализа теплового баланса конструкций, численного моделирования теплонапряжений и исследований материала.

Разработанная методика позволит проводить сопряженные расчеты аэротермодинамики и теплового баланса летательных аппаратов сложной геометрии, что позволит своевременно корректировать конструкции и материалы высокоскоростных летательных аппаратов.

Положения, выносимые на защиту:

1. Результаты численного моделирования распределения полей газодинамических функций при высокоскоростном обтекании простых геометрий и модели летательного аппарата с использованием разработанного алгоритма.

2. Результаты численного моделирования распределения тепловых нагрузок на поверхность летательного аппарата на примере тела простой геометрии и экспериментального высокоскоростного аппарата HIFiRE-1.

3. Алгоритм и программная реализация метода расщепления по физическим процессам на трехмерных неструктурированных сетках с реализацией приближенного метода AUSM $_{up2}$ расчета распада произвольного разрыва на границах ячеек.

4. Алгоритм и авторская программная реализация метода решения уравнения теплопроводности на трехмерных неструктурированных сетках для конструкций летательных аппаратов произвольных геометрий.

Достоверность результатов диссертации подтверждается физической обоснованностью постановок задач и строгим аналитическим характером их рассмотрения с применением современных теоретических концепций и математических средств физической механики, а также достаточно хорошим качественным и количественным соответствием полученных результатов

известным экспериментальным данным и численным решениям, полученным с помощью других программных комплексов и другими авторами.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на всероссийских и международных профильных научных конференциях и семинарах:

- 11-я Всероссийская школа-семинар «Аэрофизика и физическая механика классических и квантовых систем» (АФМ-2017). 21 – 23 ноября 2017 г.;
- 12-я Всероссийская школа-семинар «Аэрофизика и физическая механика классических и квантовых систем» (АФМ-2018). 27 – 29 ноября 2018 г.;
- 13-я Всероссийская школа-семинар «Аэрофизика и физическая механика классических и квантовых систем» (АФМ-2019). 26 – 27 ноября 2019 г.;
- 14-я Всероссийская школа-семинар «Аэрофизика и физическая механика классических и квантовых систем» (АФМ-2020). 8 – 10 декабря 2020 г.;
- 60-я Всероссийская научная конференция МФТИ. 20 – 26 ноября 2017 г.;
- 61-я Всероссийская научная конференция МФТИ. 19 – 25 ноября 2018 г.;
- 62-я Всероссийская научная конференция МФТИ. 18 – 24 ноября 2019 г.;
- 63-я Всероссийская научная конференция МФТИ. 23 – 29 ноября 2020 г.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 10 научных работ, из них 4 статьи в рецензируемых научных изданиях, входящих в перечень ВАК [47 – 50], 1 статья в международном научном издании [51], включенных в систему цитирования Web of Sciences и Scopus.

Личное участие автора состояло в создании собственных компьютерных программ, реализующих численное интегрирование пространственных уравнений Навье-Стокса с использованием приближенного метода расчета распада произвольного разрыва на границах ячеек AUSM^{±up2} для задач высокоскоростной аэродинамики, и интегрирование параболического уравнения теплопроводности второго порядка для задач прогрева конструкций летательного аппарата, а также проведения численных экспериментов с использованием разработанных компьютерных программ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и списка литературы. Общий объем работы составляет 146 страниц, включая 102 рисунка и 5 таблиц. Список литературы содержит 216 наименований.

Во введении обоснована актуальность рассматриваемых в работе проблем, сформулирована цель и задачи диссертационной работы, перечислены представленные в диссертации новые результаты, их практическая ценность и положения, выносимые на защиту, кратко изложена структура диссертации.

В первой главе приведен и рассмотрен анализ отечественного и зарубежного опыта теоретических и практических исследований аэротермодинамики летательных аппаратов, включая проблемы компьютерного моделирования аэротермодинамики и теплонагрузок высокоскоростных летательных аппаратов.

Во второй главе представлены система интегрируемых уравнений механики вязкого совершенного сжимаемого газа и теоретические аспекты компьютерного моделирования аэротермодинамики высокоскоростных летательных аппаратов. В основе расчетов лежит модель вязкого сжимаемого теплопроводного газа, которая описывается пространственной нестационарной системой уравнений Навье-Стокса, решаемой на трехмерных неструктурированных тетраэдральных сетках [52, 53].

Ключевым элементом расчетной методики является способ расчета параметров распада произвольного разрыва на границах элементарных объемов, на которые разбивается вся расчетная область.

Все развитие в исследовании газодинамической модели основаны на пионерской работе С.К. Годунова [54]. В данной работе реализован приближенный метод расчета потока на грани в виде одной из схем семейства AUSM (Advection Upstream Splitting Method) алгоритмов [55 – 61] – AUSM \pm up2 [62 – 64].

В третьей главе рассмотрены постановка задачи, уравнения и теоретические аспекты компьютерного моделирования тепловых нагрузок высокоскоростных летательных аппаратов. В основе расчетов лежит параболическое уравнение теплопроводности второго порядка.

Реализуется методика решения задачи теплопроводности в трехмерной постановке на неструктурированных тетраэдральных сетках.

Особенностью данной реализации является построение сопряженной с задачей аэротермодинамики расчетной методики.

Во четвертой главе приведены результаты численного моделирования с использованием разработанной в диссертации компьютерной модели и авторского компьютерного кода, и их сравнение с другими расчетными данными, полученными с использованием российских авторских компьютерных кодов UST3D, HySol и UST3D-AUSMPW.

Авторский компьютерный код UST3D реализует метод донорных ячеек [65], а в компьютерном коде HySol [66] реализуются «классический» метод точного решения задачи Римана и AUSM $_{\pm}$ up. В авторском компьютерном коде UST3D-AUSMPW [67] реализуется метод AUSM PW.

Также в данной главе приводятся результаты численно-теоретического анализа теплового баланса на примере конструкций экспериментального высокоскоростного летательного аппарата с использованием предложенного метода.

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в работе, отражающие ее научную новизну и практическую значимость.

ГЛАВА 1. ОТЕЧЕСТВЕННЫЙ И ЗАРУБЕЖНЫЙ ОПЫТ ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ АЭРОТЕРМОДИНАМИКИ И МЕХАНИКИ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ПОТОКОВ ГАЗОВ

Фундаментальные научные знания в этой области успешно развиваются в России уже более 80 лет. Работы Г.Г. Черного [68] стоит отметить как основополагающими для научной школы высокоскоростной аэротермодинамики. А.Н. Крайко [69] посвятил свои работы созданию теоретических основ механики сплошной среды, а также решению задач сверхзвуковой газовой динамики, в том числе, связанных с течениями и процессами в силовых и энергетических установках. А.И. Седов изложил в своих работах фундаментальные теоретические основы механики сплошной среды, затронув в том числе и высокоскоростную аэродинамику, что позволило ему создать научную школу в области механики сплошных сред [70, 71]. Я.Б. Зельдович и Ю.П. Райзер описали в своих работах современную теорию физической механики и высокоскоростной аэродинамики [72]. В работах Н.Ф. Краснова и его научной школы [73 – 76] обобщены достижения современной аэродинамики высоких скоростей. Развитие работ этой научной школы дано в работах В.Т. Калугина [77, 78]. В своих работах И.П. Гинзбург [79, 80] заложил основы физико-химической газовой динамики.

В.В. Лунев и его ученики подвели итоги полувекового развития высокоскоростной аэродинамики [81, 37, 36]. Значительный вклад в развитие вычислительной механики внесла школа О.М. Белоцерковского [82, 83]. Огромный вклад внесла научная школа ЦАГИ, обобщив важные экспериментальные и расчетные результаты в области высокоскоростной аэродинамики (В.Я. Боровой и др. [84], Г.И. Майкапар и др. [85], В.Я. Нейланд и др. [86]). Важные результаты в физико-химической газодинамике многокомпонентных газовых смесей получены в работах Г.А. Тирского [87] и В.П. Стулова [88]. Школами В.С. Авдеевского [89, 90] и А.И. Леонтьева [91 – 94] подробно рассмотрены принципиально важные проблемы теплообмена в аэродинамике больших

скоростей. Пионерские работы в области пространственной аэродинамики выполнены Ю.Д. Шевелевым [95].

Значительный вклад в развитие высокоскоростной аэрофизики внесли научные школы сотрудников ИПМех РАН Ю.П. Райзера [96 – 98], Л.А. Чудова [99 – 101] и С.Т. Суржикова [102 – 105].

Вычислительная газодинамика активно развивается в научных школах ИТПМ им. А.С. Христиановича СО РАН [45], ИПМ им. М.В. Келдыша [106], НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносов [107].

Исследования в области высокоскоростных технологий также проводятся за рубежом. В работе [108] приводится пример программы X-15, в рамках которой после проведения 199 полетов удалось получить фундаментальные знания, необходимые для развития высокоскоростных технологий (иногда при отказах в полете). Например, неисправность в одном из полетов пилона, поддерживающего имитированный прямоточный двигатель испытательного ракетного самолета X-15-2, привлекла внимание научного сообщества к сложным условиям, вызванным ударно-волновыми взаимодействиями.

Программа академического изучения полетов HyShot [109] поставила под сомнение исходную концепцию возможности летных исследований исключительно с помощью обширных сложных правительственных программ и мотивировала специалистов задуматься о том, чего можно достичь с использованием небольших, доступных испытательных ракет. Последняя работа DARPA (Управление перспективных исследовательских проектов Министерства обороны США) по программе HyCAUSE [110] помогла укрепить идею совместной работы исследовательских и государственных структур над научными летными исследованиями.

В рамках разработки программы по адаптивному исследованию технологий доступа в космос RSATS (Responsive Space Access Technology Study), разработанной усилиями лаборатории AFRL (Air Force Research Laboratory) [111], были рассмотрены ряд технических вопросов, связанных с оперативно реагирующим пространством, и одна концепция, которая нашла отклик в разных

технологических областях. Она представляла собой возможность снижения затрат на программу благодаря экономии за счет масштабирования и унификации летательных аппаратов вместо создания отдельных аппаратов в качестве автономных уникальных изделий.

Работа [112] по изучению роли уровней возмущений в наземных испытательных установках при ламинарно-турбулентном переходе (далее – ЛТП) на конусе и сопоставлению этих результатов с данными, полученными в полете той же модели, создали мотивирующие условия для научно обоснованного летного исследования.

Наличие соответствующих данных программ NASA о полете с высокоскоростными скоростями, таких как Reentry F [112], дало толчок для академического изучения фундаментальных научных проблем, связанных с высокоскоростными летательными аппаратами, а также стимулировало открытую публикацию большего количества данных программы HIFiRE.

Программа лаборатории AFRL University Nanosat [113] предоставила возможность образовательным исследовательским группам участвовать в разработке и запуске малых спутников и помогла сформировать концепцию координирования действий разработчиков высокоскоростных технологий с научно-исследовательскими институтами.

Целью программы ESA EXPERT [114] было изучение фундаментальных научных проблем, связанных со спускаемыми летательными аппаратами. В рамках данной программы посредством проведения серии независимых экспериментов на базе одного аппарата была сформирована значительная часть видения международного научного сообщества по вопросу высокоскоростных летных исследований.

Проект по изучению аэротермодинамики и турбулентности Управления научных исследований ВВС США (AFOSR) включает представляющие интерес для ВВС исследования аэродинамики, связанные с высокоскоростными и высокоэнергетическими потоками. В настоящее время особое значение имеют исследования фундаментальной физики турбулентности и пограничных слоев,

потоков с доминирующим влиянием скачка уплотнения, особенно взаимодействия скачок уплотнения / пограничный слой и скачок уплотнения / скачок уплотнения, а также потоков при термохимической неравновесности.

Другая цель проекта по изучению аэротермодинамики и турбулентности – идентификация и стимулирование развития новейших достижений в области науки, потенциально способных привести к прогрессу развития высокоскоростных технологий, и в то же время обеспечение передачи технологий, разработанных в процессе революционных исследований, для применения в программах доработки и усовершенствования высокоскоростных технологий. С 2001 г. проект поддерживал ряд проектов, которые способствовали развитию современных прикладных исследований, координации исследовательских усилий между учреждениями, финансирующими научные исследования, связанные с высокоскоростными технологиями. Также проект способствовал определению новых направлений исследований для научного сообщества, занимающегося разработками в данной области. Необходимо отметить, что наиболее значительные достижения в США, обусловленные исследованиями, финансируемыми AFOSR за последние два десятилетия, стали результаты совместных усилий исследователей из AFOSR, NASA и Национальных лабораторий Сандиа.

В связи с этим были рассмотрены основные направления исследований AFOSR в области аэротермодинамики и турбулентности в период с 2001 по 2013 гг. К ним относятся:

- HIFiRE (Hypersonic International Flight Research and Experimentation);
- STAR (STability Analysis for Reentry);
- национальная программа фундаментальных исследований высокоскоростных технологий (NHFRP);
- основные исследовательские программы, которые затрагивают интеграцию аэротермодинамики, исследований высокотемпературных материалов и в области высокотемпературной химии, а также выявление и использование фундаментальных механизмов передачи энергии, которые влияют на макроскопические изменения высокоскоростных потоков.

Программа HIFiRE (Hypersonic International Flight Research and Experimentation), которая была задумана и разработана в 2005 – 2006 гг., объединила усилия Научно-исследовательской лаборатории BBC США, NASA и Организации оборонной науки и техники Австралии (DSTO) по реализации программы летных исследований, предназначенной для поддержки фундаментальных исследований в области высокоскоростных технологий. Программа использует пирамидальную концепцию, где наземные испытания и численное моделирование обеспечивают основу для расширения базы знаний, а летные исследования являются вершиной и обеспечивают обратную связь для информирования об основных достижениях. В рамках программы была реализована попытка стандартизации как можно большей части системы запуска летательного аппарата, а также оптимизации конфигурации конкретного эксперимента для получения полезных научных сведений. И, хотя каждый летный эксперимент имел особую научную цель, во многих полетах HIFiRE использовались общие компоненты и аппаратные средства, а применение масштабирования помогло программе сохранить контроль над растущими расходами.

С научной точки зрения доступ к научно-ориентированным данным летных исследований позволяет решать вопросы, связанные с критическими явлениями в реальных условиях полета, и обеспечивает исследователей важными данными для разработки методов экстраполяции результатов наземных испытаний и численного моделирования для условий, соответствующих летным [115]. В программном плане существовала проблема, связанная с тем, что крупномасштабные дорогостоящие демонстрационные проекты были сосредоточены на единичных демонстрациях технологических концепций, для которых уже были проведены исследования и разработки. В результате получить новые научные знания из результатов полетов было практически невозможно. Вследствие такого понимания HIFiRE задумывалась как экономически эффективная программа многоразовых полетов, направленная на принятие повышенного технического риска для облегчения сбора важнейших

научных данных, которые определяют разработку будущих программ. Последней мотивацией для программы было желание предоставить опыт летных исследований сегодняшнему поколению ученых и инженеров аэрокосмической отрасли. Следует ожидать, что разработка будущих высокоскоростных летательных аппаратов потребует более широкого использования летных данных, поскольку масштабы применения летательных аппаратов быстро превосходят возможности, обеспечиваемые современной наземной испытательной инфраструктурой. Предполагается, что расширение опыта в области летных исследований и расширение возможностей для экстраполяции информации о критических явлениях, полученной в ходе наземных испытаний и в условия полета будут иметь важное значение для разработки будущих летательных аппаратов.

План программы HIFiRE включал девять исследовательских полетов, предназначенных для решения широкого круга научных задач в области высокоскоростных технологий, и один полет снижения технических рисков, предназначенный для решения проблем контроля ориентации аппарата. Подробное описание программы предоставлено в работах [116, 117], где рассматриваются программные вопросы аэротермодинамики. На сегодняшний день успешно выполнены полеты по снижению технических рисков HIFiRE-0 и испытательные полеты HIFiRE-1, HIFiRE-2 и HIFiRE-3. Аппарат HIFiRE-5 не смог достичь запланированного числа Маха из-за нештатного сбоя одной из разгонных ступеней, но обеспечил получение полетных данных за пределами предполагаемой продолжительности эксперимента [118]. Сегодня показатель результативности программы составляет 80%, что намного выше обычно достигаемого программой летных исследований.

Полеты HIFiRE-1 и HIFiRE-5 составляют часть программы, посвященной аэротермодинамике. Во время этих полетов испытательный аппарат двигался по параболической траектории с использованием двухступенчатой зондирующей ракеты, а эксперимент был реализован в конфигурации «captive-carry» (транспортировка испытательного аппарата на самолете-носителе) [119].

Около апогея траектории аппарат переориентируется из положения кабрирования в положение пикирования, и затем ускоряется под действием силы тяжести для достижения высокоскоростной скорости при возвращении к Земле. Хотя при других полетах HIFiRE использовались другие траектории, эта параболическая траектория являлась общей для аэротермодинамических экспериментов в полетах 1 и 5.

Две важнейшие научные задачи, связанные с развитием высокоскоростных летательных аппаратов – это точный расчет ЛТП и моделирование неустойчивости при взаимодействиях скачок уплотнения / пограничный слой. Оба явления являются источниками существенного аэротермодинамического нагрева или акустических нагрузок и значительно влияют на конструкцию аппарата. Коническое расширение в задней части HIFiRE-1 предназначено для генерации осесимметричного аналога поперечно-симметричного взаимодействия скачок уплотнения / пограничный слой, образуемого нормально ориентированной рампой на плоской панели. Нормальная конфигурация рампы была тщательно изучена с учетом конструкции и динамики взаимодействия скачок уплотнения / пограничный слой, которое она создает вблизи углового ЛТП наклонной и ровной поверхностей [120]. Некоторые исследователи изучили неустойчивость этого взаимодействия, и, хотя в части понимания явлений был достигнут существенный прогресс, насколько известно автору, ранее ни в одном исследовании не затрагивалась теоретическая неустойчивость в полете взаимодействия скачок уплотнения / пограничный слой, и сейчас имеются нерешенные задачи, касающиеся роли входящего пограничного слоя и динамики взаимодействия при полетных числах Рейнольдса.

Передняя часть аппарата HIFiRE-1 предназначена для изучения ЛТП в условиях полета. Она представляет собой круглый конус, форма которого была выбрана для облегчения сравнения со значительным числом проведенных ранее экспериментов в аэродинамической трубе [121]. Поперечное обтекание и возмущения второй моды (моды Мэка) являются доминирующими процессами, которые приводят к ЛТП на высокоскоростных аппаратах схожей конфигурации,

и эксперимент был спланирован таким образом, чтобы на аппарате потенциально могли возникать оба типа возмущений. Во время подъема произошел ЛТП с малым углом атаки, соответствующий возмущению второй моды [122]. Хотя снижение произошло при угле атаки больше запланированного, эта фаза полета привела и к поперечному обтеканию, и к ЛТП, вызванному возмущением второй моды [123]. Анализ данных ЛТП, полученных при полете аппарата HIFiRE-1, был приведен в ряде публикаций, включая [117, 122].

Цель полета аппарата HIFiRE-5 состояла в том, чтобы дополнить данные, полученные на осесимметричном корпусе в полете 1, путем выполнения аналогичных измерений на корпусе со значительными трехмерными пограничными слоями и сильным поперечным потоком. Как и в случае конфигурации HIFiRE-1, форма передней части HIFiRE-5 была выбрана для облегчения сравнения со значительным объемом данных из предшествующих наземных экспериментов. Форма эллиптического конуса, выбранная для экспериментального аппарата, была ранее изучена рядом групп из-за ее относительно простой геометрической конфигурации и одновременно значительного сходства с конфигурацией более сложных форм несущего корпуса, используемых в демонстрационных технологических программах. Эллиптическая форма поперечного сечения конуса обеспечивает сильный перепад давления от большой к малой оси конуса, что приводит к значительному поперечному потоку в пограничном слое конуса. К сожалению, ускоритель второй ступени в полете 5 отказал во время эксперимента, и аппарат HIFiRE-5 не достиг заданной экспериментальной дальности полета.

Таким образом, программа HIFiRE сыграла значительную роль в расширении достижений программ HyShot и HyCAUSE, а также в формировании современного подхода к экономически эффективным летным исследованиям. Успех полетов HIFiRE, а также полетов по программе DLR SHEFEX [124], имеющей схожую с HIFiRE теоретическую основу, обусловил появление новых компонентов исследования полетов для снижения рисков в нынешнем поколении крупных высокоскоростных демонстрационных программ, таких как программа DARPA IH.

Кроме того, появляются программы летных исследований под руководством сотрудников университетов, такие как программа университета штата Вирджиния Virginia Tech High-V [125].

Проект STAR (STability Analysis for Reentry – программа расчета устойчивости при возвращении в плотные слои атмосферы) – был создан для решения проблемы разработки и внедрения передовых численных методов, которые могли бы быть легко внедрены и интегрированы в существующие процессы промышленного проектирования и обеспечили доступность специалистов по аэротермодинамике для прикладных исследовательских организаций и промышленности, поддерживающей программу Falcon создания высокоскоростного летательного аппарата HTV-2. По мере развития программы Falcon объединенный коллектив специалистов STAR предоставил крайне важную информацию о проверке конфигурации и траектории испытательного аппарата и помог выявить ключевые события и явления, которые способствовали возникновению инцидентов во время полета. В дополнение к поддержке программы Falcon HTV-2 объединенный коллектив специалистов STAR также внес свой вклад в решение основных задач программы создания высокоскоростного летательного аппарата X-51, а передача разработанных этим коллективом методов способствовала появлению беспрецедентных новых возможностей для специалистов по анализу результатов испытаний.

Коллектив проекта STAR доказал, что может внести ценный вклад в программы развития технологий благодаря поддержке, которую он оказал коллективу проекта Falcon при предполетной оценке конфигурации аппарата HTV-2 и подтверждении запланированной траектории его полета. Данные наземных испытаний, полученные на передней части HTV-2 в обычных аэродинамических трубах, показали, что переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный может произойти выше, чем предполагалось изначально при проектировании аппарата и траектории движения, что значительно увеличивает риск отказа системы тепловой защиты. Коллектив проекта STAR изучил проблему при ее комплексной вычислительной и экспериментальной

оценке. Экспериментальные данные, собранные в университете Пердью с использованием малошумной аэродинамической трубы, показали, что в среде с низким уровнем возмущений начало ЛТП было значительно ниже по потоку, чем это наблюдалось в более возмущенной среде при предыдущих испытаниях в обычной аэродинамической трубе. Компьютерный анализ, выполненный сотрудниками Миннесотского университета, позволил получить представление об образовании в носовой области условий для возникновения аэродинамических неустойчивостей.

На основе обобщенного понимания как экспериментов, так и моделирования, в рамках программы была разработана форма носовой части аппарата, которая позволила еще больше задержать начало ЛТП на поверхности аппарата. В результате участия коллектива проекта STAR в проверке заданной траектории и улучшении конструкции носовой части программа НТВ-2 перешла к полету.

После первого и второго полетов аппарата НТВ-2 объединенный коллектив специалистов STAR оказал значительную поддержку программе Falcon в послеполетном анализе, который выявил критические физические явления, ставшие причиной инцидентов в обоих полетах.

Вторым направлением стратегии STAR была разработка и применение современных инструментов моделирования в прикладных исследованиях. Примерно в 2003 г., когда начались работы по проекту STAR, новым решением для рассмотрения ЛТП при проектировании высокоскоростных летательных аппаратов стала оценка возникновения ЛТП с помощью корреляции на базе параметров среднего течения. При некоторых подходах также оценивается высота, на которой будет происходить ЛТП – идея, которая обусловлена конструкцией баллистических летательных аппаратов и может быть аналитически показана в соответствии с некоторыми корреляциями осредненного течения [126]. К сожалению, процесс ЛТП обусловлен возникновением и ростом возмущений в пограничном слое, и параметры среднего течения не точно отражают основную физику процесса [127]. Таким образом, существует неотъемлемая существенная неопределенность, связанная с корреляциями среднего течения для ЛТП, а метод,

как правило, недостаточно эффективен для точной оценки ЛТП.

Методы исследования, основанные на линейной теории устойчивости или параболизированных уравнениях устойчивости (PSE), которые прогнозируют рост возмущений в основном решении для среднего течения, использовались в течение нескольких десятилетий [128], но, похоже, не были приняты для разработки технологий. Ранее было предпринято несколько попыток перехода к методам, основанным на теории устойчивости, но они, как правило, не получили широкого распространения в промышленности. В первую очередь это могло быть связано с отсутствием необходимых для этого технологических возможностей, в том числе наличия высокопроизводительных вычислительных методов.

По поручению AFOSR в Миннесотском университете разработан метод PSE, названный PSECHEM, который включал возможность учета в анализе химических превращений с конечной скоростью [129]. Хотя в это время в исследовательском сообществе использовалось несколько других методов PSE, преимущественно код NASA LASTRAC, тот факт, что PSECHEM включал критически важные для анализа высокоскоростных течений газохимические эффекты, побуждал использовать его в качестве базового. Значительные усилия были направлены на то, чтобы разработанный код был готов к установке и интеграции в существующие вычислительные средства, а также мог запускаться в режиме обучения или разработки с простым для понимания графическим пользовательским интерфейсом. Усовершенствованный код был переименован в STABL (STability Analysis for Boundary Layers) – анализ устойчивости пограничных слоев. Он одновременно использовался и усовершенствовался при вкладе коллектива специалистов STAR в анализ программ HTV-2 и X-51.

Параллельно исследовательская группа Кэндлера разработала улучшенную бесструктурную версию для интенсивного использования кода DPLR (Data Parallel Line Relaxation) [130], которая была первоначально разработана Райтом и Кэндлером. Новый неструктурированный код, названный US3D [131], включал в себя воссоздание сохраняющих кинетическую энергию потоков [132]

для обеспечения улучшенного разрешения малых возмущений при сохранении эффективности вычисления алгоритмов более низкого порядка. US3D был спроектирован так, чтобы его можно было легко связать со STABL и другими специализированными сопутствующими вычислительными системами, которые рассматривают мультифизические явления, такие как взаимодействия газ-поверхность и оплавление.

Не все усовершенствования методологии, разработанные коллективом специалистов STAR, были вычислительными. В течение 2007 г. При сотрудничестве Университета Пердью и Брауншвейгского Технического Университета [133] было усовершенствовано использование нестандартных датчиков (первоначально использованных Fujii в 2005 г.) для определения неустойчивости второй моды в высокоскоростных пограничных слоях. Датчики РСВ, используемые при этом, обычно применялись, помимо прочего, для обнаружения сейсмических возмущений и волновой деформации в компонентах морской артиллерии. Жесткость чувствительного элемента, необходимая для того, чтобы датчик выдерживал такие измерения, является причиной того, что преобразователь чувствителен к очень высокочастотным возмущениям, таким как те, которые относятся к неустойчивости второй моды и могут возникать при нескольких сотнях кГц. Хотя калибровка датчиков РСВ оказалась сложной задачей, их использование позволило обнаружить неустойчивость второй моды в пограничном слое, создаваемом на испытательных аппаратах во множестве наземных испытательных установок. В результате ученые-исследователи и инженеры-испытатели получили новую возможность определять наличие критической неустойчивости в высокоскоростном пограничном слое.

В дополнение к проекту STAR, при исследованиях в области аэродинамики AFOSR также оказывалась поддержка ряду других проектов, направленных на содействие обсуждению критических вопросов исследования, продвижение и обмен передовыми научными методами. Одно из наиболее значительных достижений такого типа – исследовательский вклад проекта в области

высокоскоростных технологий в деятельность Организации по проведению научных исследований и разработке технологий NATO (RTO) в конце 1990-х гг. Несколько ученых, финансируемых проектом, в составе рабочей группы 10 RTO (1998 – 2002 гг.) [134] внесли свой вклад *по расчету газодинамических параметров полетов с высокоскоростными скоростями* [135]. Хотя часть этой работы, направленной на взаимодействие ударной волны со скачком уплотнения, последовательно возглавлялась двумя руководителями программ проекта по изучению аэротермодинамики и турбулентности [136], наиболее заметные достижения в этой области относились к способности различных вычислительных методов моделировать взаимодействие скачок уплотнения / пограничный слой в потоках с высокой энтальпией [137]. В рамках мероприятий, связанных с этой темой, для участия в «слепом» анализе достоверности моделирования потока, генерируемого двухконусной поверхностью, были приглашены несколько специалистов по численному моделированию. Было обращено внимание, что в целом результаты численного моделирования отличались от экспериментальных данных, что привлекло повышенное внимание и привело к обсуждению этого факта в сообществе исследователей аэротермодинамики. Дальнейшие исследования причин несоответствия результатов моделирования и экспериментов в течение следующих нескольких лет привели к значительному прорыву в понимании роли неравновесных эффектов в установках с высокой энтальпией и обеспечили усовершенствование методов моделирования таких потоков [138].

Вслед за рабочей группой 10 рабочая группа AVT-136 RTO: *Оценка аэротермодинамических средств прогнозирования полета в наземных и летных экспериментах* [139] – продолжила изучение методов оценки и подтверждения методов численного моделирования. Хотя эта рабочая группа была организована для оценки результатов экстраполяции вычислительных методов на условия полета, задержки в датах запуска программ, которые должны обеспечивать получение данных о полете, привели к изменению цели группы на оценку текущего состояния вычислительных методов в различных сферах, критических

для разработки высокоскоростных летательных аппаратов. Несмотря на эту неудачу, усилия группы были представлены более чем в 40 докладах шести сессий на шестом Европейском симпозиуме по аэротермодинамике космических аппаратов и на 48-ой (2010 г.) Конференции аэрокосмических наук Американского института аэронавтики и астронавтики (AIAA), а итоговый отчет группы был опубликован как специальное издание журнала *Progress in Aerospace Sciences* [139]. Три текущие группы RTO, изучающие каталитическое взаимодействие газа с поверхностью (AVT-199), источники аэродинамического нагрева в высокоскоростных летательных аппаратах (AVT-205) и высокоскоростной ЛТП (AVT-200).

Экспериментальные данные коллектива специалистов CUBRC во главе с доктором Майклом Холденом сыграли решающую роль в успехе этих и многих других мероприятий. Этот коллектив отвечал за многочисленные экспериментальные исследования поля течения у двухконусной поверхности, которые позволили достичь успехов в получении характеристик и моделировании неравновесных эффектов в потоках с высокой энтальпией, оценке ключевых аэродинамических явлений для испытательных аппаратов различных конфигураций и предварительном экспериментальном анализе конфигураций аппаратов для полетов HIFiRE 1 и 5. Для HIFiRE-1 коллектив специалистов CUBRC сыграл значительную роль в определении формы конического расширения корпуса и предварительной оценке методов расчета ЛТП на передней части аппарата.

Национальный план теоретических исследований высокоскоростных технологий (NHFRP) был разработан AFOSR совместно с NASA и Национальными лабораториями Сандиа для определения и публикации краткосрочных, среднесрочных и долгосрочных научных целей в дисциплинах, касающихся высокоскоростных технологий. План NHFRP предназначен для разделения поддержки научных исследований и циклических колебаний развития высокоскоростных технологий для обеспечения постоянной базы знаний, относящейся к широкому спектру будущих возможностей по достижению высоких

скоростей. NASA и AFOSR предприняли ряд совместных усилий в рамках плана NHFRP, включая три Национальных центра по исследованию высокоскоростных технологий, которые поддерживают несколько исследовательских институтов. Этот план также был определен Объединенным технологическим отделом высокоскоростных технологий Министерства обороны США как основной план исследований Министерства обороны в данной области.

NHFRP был создан в соответствии с шестью научными направлениями, которые, по мнению руководителей программ из участвующих учреждений, имеют решающее значение и являются уникальными для развития высокоскоростных технологий. Хотя для реализации высокоскоростных летательных аппаратов необходим потенциал более чем шести областей, в план не были включены дисциплины, в которых стимулировать научный прогресс потенциально могли бы другие сценарии применения, помимо высокоскоростных технологий. Шесть перспективных направлений плана NHFRP включают:

- физика пограничных слоев;
- потоки с доминирующим влиянием скачка уплотнения;
- неустановившиеся течения;
- сгорание в сверхзвуковом потоке;
- взаимодействие среды, конструкций и материалов;
- высокотемпературные материалы и конструкции.

Одной из ближайших целей в области физики пограничного слоя по теме ЛТП является разработка и проверка полуэмпирических методов оценки ЛТП для трехмерных течений. Развиваются компьютерные коды, использующие STABL, LASTRAC и другие методы, для которых прогнозируемая скорость увеличения амплитуды неустойчивости градуируется с помощью существующих данных, чтобы обеспечить оценку величины роста неустойчивости, которая приводит к ЛТП. Для дополнения данных наземных испытаний эксперименты по летным исследованиям, поддерживаемые BBC и NASA, предоставляют набор геометрий аппаратов, для которых должны были быть получены данные подтверждения полуэмпирических методов.

Среднесрочная цель плана в области физики пограничного слоя состоит в количественной оценке поверхностных эффектов и расширенном применении полуэмпирических методов при учете реалистичных поверхностных состояний, включая обусловленные производством шероховатости и неоднородности. Хотя конкретные мероприятия по обеспечению проверочных данных в этой области все еще находятся в стадии разработки, предварительные усилия NASA по моделированию повторного входа в плотные слои атмосферы орбитального корабля многоразового использования «Шаттл» в программе HYTHIRM [140] дали некоторое представление о том, как это направление может развиваться.

План NHFRP позволил добиться США значительных успехов в определении и распространении единого национального представления развития научных дисциплин, необходимых для реализации запланированных высокоскоростных технологий. В рамках координации, осуществляемой согласно плану, в 2009 г. NASA и AFOSR совместно инвестировали на протяжении пяти лет почти 30 млн. долларов в три научно-исследовательские центра, занимающихся основными направлениями физики пограничного слоя: сгорание в сверхзвуковом потоке и высокотемпературные материалы и конструкции. Три Национальных центра по исследованию высокоскоростных технологий (NHSC), созданные в рамках этой инициативы, оказали поддержку более 100 аспирантам в 18 университетах в областях, необходимых для развития будущих высокоскоростных технологий. NHFRP был также принят Объединенным технологическим отделом высокоскоростных технологий Министерства обороны в качестве основного научного плана Министерства Обороны США по развитию высокоскоростных технологий. План работ NHFRP периодически обновляется, поскольку прогресс позволяет продвигаться в исследованиях к целям, определенным в плане. Поскольку первоначально план был разработан в 2007 г., он был обновлен один раз в 2009 г.

Планируемые будущие приоритетные исследования проектов AFOSR включают изучение перехода энергии между кинетической, внутренней и химической в газе и определение того, как характеристики, моделирование

и управление такими механизмами в молекулярном и среднем масштабах могут позволить управлять поведением потока в макроскопической среде или в масштабе аппарата. Упор на эту область был сделан на основе того, что в рамках этой темы могут рассматриваться многие научные проблемы аэротермодинамики. Подчеркивая фундаментальные научные вопросы исследований, проект стремится сосредоточить внимание сообщества на научных задачах и способствовать расширению исследований в рамках проекта для более широкого спектра применения достижений, представляющих интерес для ВВС, включая управление тепловыми режимами и средства направленной передачи энергии.

Большая часть успехов в изучении аэротермодинамики была достигнута на основе нового понимания перехода энергии между различными видами – кинетической, внутренней или химической. В качестве примера укажем работы [141 – 144]. В работе [141] включают использование элементов поперечной дискретной неровности для контроля неустойчивости поперечного потока, использование звукопоглощающих поверхностей для контроля неустойчивости второй моды [142], моделирование эффекта химической реакции в турбулентных флуктуациях в пограничном слое [143], а также исследования роли CO_2 в ослаблении неустойчивостей второй моды [144]. Каждый проект, финансируемый AFOSR, давал новое понимание фундаментальных механизмов перехода энергии или взаимодействий, которые влияли на макроскопическое поведение потока и в целом оказывал сильное влияние на точку зрения автора.

Подход [141] к контролю неустойчивости поперечного потока на стреловидных крыльях заключался в размещении дискретных конечных возмущающих элементов при докритических волновых числах поперечного потока вблизи передней кромки крыла. Были использованы различные конфигурации возмущающих элементов, включая шероховатости, отверстия и плазменные приводы. Основная теория, лежащая в основе концепции управления, заключается в том, что элементы, расположенные с докритическими промежутками, возмущают базовое течение таким образом, что способствуют развитию связанных докритических неустойчивостей и, таким образом, препятствуют развитию

критических нестабильностей. Обеспечение таких свойств поля течения для поддержки наиболее умеренных неустойчивостей использует столкновение различных режимов неустойчивости в потоке и в контексте новой программной концепции может рассматриваться как подход, который способствует распределению кинетической энергии между наиболее благоприятными для необходимого состояния потока модами.

В работе [143] изучили роль эндотермических и экзотермических реакций в турбулентном пограничном слое и отметили, что с выделением энергии в экзотермических реакциях интенсивность турбулентных колебаний возрастала, и наоборот, эндотермические реакции приводили к уменьшению интенсивности турбулентности. Эта работа проиллюстрировала потенциал взаимодействия в поле течения мод химической и кинетической энергии.

Работа [142] экспериментально подтвердила теоретические прогнозы Малмута и Федорова о том, что звукопоглощающая поверхность может быть использована для ослабления неустойчивостей второй моды в высокоскоростном пограничном слое. Покрыв одну сторону конуса глухими отверстиями, которые служили акустическими гасителями, и оставив поверхность другой стороны гладкой, авторы [142] продемонстрировали, что число Рейнольдса ЛТП на стороне конуса с отверстиями было почти на 50 % больше числа на гладкой стороне. Позже в [145] исследовали это явление в рамках комплексного теоретического и вычислительного подхода и проверили влияние глухих отверстий на ослабление неустойчивости второй моды. В контексте механизмов перехода энергии эти мероприятия проиллюстрировали эффект управления наличием кинетической энергии в условиях неустойчивости для задержки ЛТП, и, таким образом, формирования макроскопического состояния поля течения.

Последним примером работы, которая повлияла на новые направления исследований проекта, является аналогичная работа [144] по изучению влияния присутствия CO_2 на рост неустойчивости второй моды в воздухе. В ранних экспериментах авторы [146] пытались объяснить приблизительно четырехкратную разницу в числах Рейнольдса ЛТП на конусе между потоком CO_2 и потоком

воздуха и N_2 . Было высказано предположение, что эффект стал результатом перекрытия в спектральных диапазонах и, как следствие, возникновения неустойчивости второй моды и молекулярного звукопоглощения в CO_2 , так как такое перекрытие не происходит в воздухе. Более поздние эксперименты Джуэлла и его коллег [147] показали, что впрыск CO_2 в пограничный слой свободного течения при скорости $M = 5$ может при определенных условиях задерживать начало ЛТП, а моделирование в [148] подтвердило, что задержка ЛТП в результате впрыска CO_2 была результатом поглощения энергии от неустойчивости второй моды модами внутренних колебаний CO_2 . В этом случае передача кинетической энергии неустойчивости во внутреннюю колебательную моду газа привела к задержке в месте ЛТП в пограничном слое конуса.

Знания о преобладающих механизмах перехода энергии, приведенные выше, могут быть использованы для реализации технологического подхода к управлению макроскопическим поведением потока. В частности, поля течения могут быть *рассчитаны* таким образом, чтобы отдавать предпочтение тем механизмам перехода энергии, которые приводят к оптимальному в данной ситуации состоянию потока.

В области теплового баланса конструкций следует отметить работы, в которых были разработаны оригинальные и эффективные способы расчета процесса теплопроводности с помощью теории регулярного режима и метода элементарных балансов; были предложены расчет конвективного теплообмена по методу теплового пограничного слоя, расчеты теплопередачи при кипении жидкостей и конденсации паров, расчеты различных случаев теплопередачи и, в частности, теплоотдачи перегретого пара при высоких давлениях, расчеты взаимной облученности тел в задачах радиационного теплообмена. Были разработаны также оригинальные методы экспериментального изучения процессов теплоотдачи и теплопроводности различных жидкостей, газов и водяного пара, определены их коэффициенты теплопроводности при высоких давлениях и температурах, составлены таблицы водяного пара и других рабочих веществ и разработаны нормы теплового расчета паровых котлов. Были разработаны также

вопросы нестационарной теплопроводности, исследованы явления теплопередачи в двигателях внутреннего сгорания и теплообмена при изменении агрегатного состояния теплоносителя.

Современные научно-технические проблемы теплообмена в потоках жидкости, газа и плазмы настоятельно требуют знания законов турбулентного движения для определения как интегральных, так и локальных характеристик. Теория теплообмена имеет непосредственную связь с одной из крупнейших научных проблем современности – созданием теории турбулентности.

В области теплообмена наметился также определенный пересмотр взглядов на явления теплообмена и методы их изучения. Так, наряду со среднеинтегральными характеристиками (средними по времени и пространству) наметилось использование мгновенных локальных значений температур, коэффициентов теплоотдачи и трения. Появились теоретические обобщения перехода от среднеинтегральных соотношений к отдельным локальным переменным характеристикам теплообмена.

Значительное развитие теории теплообмена, вопросов тепло- и массообмена достигнуто благодаря трудам советских ученых. Большое влияние на это развитие оказали труды А.В. Лыкова и его школы [149]. С помощью их работ получили значительное развитие самые различные вопросы теории теплообмена (теплопроводность, теплообмен при нестационарных режимах, конвективный теплообмен и др.).

Широкое признание получили работы по теории теплообмена С.С. Кутателадзе [150 – 152]. Им развита теория подобия в процессах теплообмена при изменении агрегатного состояния вещества и сформулированы основные идеи гидродинамической теории кризисов кипения.

В работах ряда советских ученых были широко развиты физические основы теплообмена в газовых потоках [89], [92]. Различные виды теплообмена имеют неодинаковую физическую сущность. Кроме того, эти процессы представляют собой сложные физические явления. Все это заставляет исследователей в области теплообмена обращаться к непосредственным экспериментам.

Фундаментальные работы по исследованию процессов тепло- и массообмена применительно к задачам авиационной и ракетно-космической техники проведены академиком В.С. Авдуевским и его школой [38]. Им разработаны новые вопросы тепло- и массообмена применительно к высокоскоростным газовым потокам. Дана разработка теории пространственного пограничного слоя и трехмерных отрывных течений, разработаны методы расчета газодинамики и теплообмена при обтекании аппаратов сложной формы под большими углами атаки в условиях взаимодействий трехмерного пограничного слоя с ударной волной. В.С. Авдуевским создана теория тепломассопереноса при течении сверхзвуковых изобарных и неизобарных струй применительно к реактивным двигателям.

Фундаментальные исследования процессов тепло- и массообмена в разреженных газах выполнены академиком Ю.А. Рыжовым [153]. Им создано новое направление в термодинамике и теплопередаче по изучению взаимодействия потоков разреженных частиц различных энергий с конструкционными материалами [154, 155]. Ряд важных прикладных вопросов теплопередачи применительно к авиационной и ракетно-космической технике решен в работах академика АН СССР Н.А. Анфимова [38, 156, 157].

В работах [158 – 162] отражено развитие фундаментального направления теории разрушения тепловой защиты.

Современное развитие молекулярно-кинетической теории также способствовало развитию ряда разделов учения о теплообмене (переносные свойства газов и газовых смесей при высоких температурах, разреженные газы и др.). Значительный вклад в развитие современных компьютерных технологий аэродинамики разреженных газов внесли М.С. Иванов [163, 164] и М.Н. Коган.

Большие задачи в области теории и практики теплообмена лежат в направлении создания компактных теплообменников различного назначения, начиная от стационарных установок и заканчивая теплообменниками на космических летательных аппаратах [165 – 168].

Для решения этой важной проблемы требуется применение всего современного аппарата теории теплопередачи, дальнейшая разработка методов интенсификации процессов теплообмена в них и получение надежных данных,

обеспечивающих быстрое проектирование теплообменников методами автоматизированного проектирования.

По результатам выполненного анализа, можно сделать вывод, что важнейшие направления исследований в области создания высокоскоростных летательных аппаратов направлены на развитие методологии вычислительной аэротермодинамики. В связи с этим в данной диссертационной работе рассматриваются вопросы разработки компьютерных кодов для моделирования высокоскоростной аэродинамики и теплообмена в твердых средах и отработки возможности применения разработанных моделей.

1.1. Вывод

Подводя итог по проведенному литературному анализу, следует сделать вывод, что для решения поставленных задач при разработке перспективных ВЛА, необходимо проводить помимо экспериментальных и летных испытаний, также расчетно-теоретические исследования особенностей обтекания ВЛА при крейсерском полете для получения аэродинамических характеристик.

Проведение экспериментальных и летных испытаний требует больших физических и финансовых затрат, поэтому роль численного моделирования значительно возрастает при разработке перспективных ВЛА.

Объектом расчетно-теоретических исследований может быть, как реальная, так и схематизированная (близкая к реальной) компьютерная модель ВЛА. Важной особенностью расчетно-теоретических исследований является задача снижения времени проектирования перспективных ВЛА, поскольку при проведении таких исследований можно получить полный набор необходимых параметров, которые иногда не представляется возможным получить во время стендовых и летных испытаний.

Текущая производительность современных вычислительных машин и постоянное развитие вычислительных методов для решения задач аэротермодинамики позволяют проводить моделирование полей течения во всей возмущенной области вокруг ВЛА, а также моделировать сложные теплофизические процессы как вблизи всей поверхности ВЛА, так и внутри твердотельной оболочки.

ГЛАВА 2. МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕЧЕНИЯ СОВЕРШЕННОГО СЖИМАЕМОГО ГАЗА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОНЕЧНО-ОБЪЕМНОЙ МЕТОДИКИ НА НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТКАХ

2.1. Введение

Среди развитых подходов к решению задач аэротермодинамики совершенного газа выделим расчет на структурированных и неструктурированных сетках.

К настоящему времени разработано несколько групп методов численного интегрирования дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих течение газа вблизи поверхности летательного аппарата. К наиболее известным сеточным методам интегрирования уравнений Эйлера и Навье-Стокса относятся: методы конечных разностей [169 – 171], метод конечных (контрольных) объемов [172 – 174], метод конечных элементов [175 – 177], методы граничных элементов [178].

Опуская перечисление достоинств и недостатков структурированных сеток, которые широко и успешно используются в механике сплошной среды [179, 180], отметим ряд положительных свойств неструктурированных сеток, которые используются в данной работе:

– построение расчетной структурированной сетки является трудоемким процессом, а для задач, представляющих практический интерес в механике сплошной среды, данный процесс становится в разы сложнее, даже используя многоблочный подход для построения сетки. Процесс построения расчетных неструктурированных сеток значительно проще как для простых геометрий, так и практически для любых сложных геометрий;

– в отличие от процесса построения структурированных расчетных сеток, где иногда требуется несколько недель почти «ручной» работы вычислителя, процесс построения неструктурированных сеток может быть автоматизирован, что сокращает затраты времени и трудоемкость на генерацию сеток.

Вместе с положительными качествами расчетных неструктурированных сеток, стоит указать и на ряд их недостатков:

– по сравнению с аналогичными расчетами на структурированных расчетных сетках, расчеты с использованием неструктурированных расчетных сеток имеют меньшую точность, поскольку тетраэдр (3D) и треугольник (2D) не имеют параллельных граней/ребер, что приводит к необходимости использования дополнительных аппроксимационных соотношений при численном вычислении производных. Для получения результатов с требуемой точностью необходимо создавать большее число расчетных элементов, чем в случае структурированной сетки или строить сетки с более сложными формами элементарных ячеек;

– изотропность расчетной неструктурированной сетки позволяет повысить точность используемых методов при расчетах, однако, соседние элементы такой сетки должны иметь незначительные отличие формы и размера, что приводит к существенному увеличению числа расчетных элементов. Этот недостаток в значительной степени проявляется при решении задач гиперзвуковой аэротермодинамики;

– некоторые трудности возникают при интерполяции расчетных данных на неструктурированных сетках, когда это делается с целью наглядного представления результатов расчетов в требуемых плоскостях и на поверхностях;

– компьютерный код, реализующий интегрирование уравнений механики сплошной среды, при использовании расчетных неструктурированных сеток требует значительно большей памяти и расчетного времени. Численные алгоритмы, основывающиеся на неструктурированных сетках более трудоемки и сложны;

– запись и хранение неструктурированных сеток требует больше информации, поскольку также требуется память для хранения информации о связях расчетных ячеек сетки.

Тем не менее, можно сказать с уверенностью, что производительность современных компьютеров и развитие параллельных вычислений позволяет решать все перечисленные выше проблемы, возникающие при использовании неструктурированного метода. Поэтому можно прогнозировать увеличение

удельного веса численного моделирования в механике сплошных сред на неструктурированных сетках.

2.2. Классический способ расщепления по физическим процессам реализуемый на неструктурированных сетках

Для расчета пространственного высокоскоростного обтекания без предварительного выделения поверхностей разрывов в качестве базового подхода использовался метод конечных объемов на неструктурированных тетраэдральных сетках. Первоначально в излагаемой редакции метод был опубликован в работе [181].

В работах [65, 67, 182] показано, что хорошо реализуемой численной технологией интегрирования уравнений Навье-Стокса и Эйлера на пространственных неструктурированных тетраэдральных расчетных сетках является метод расщепления по физическим процессам [183, 184]. Технология расщепления по физическим процессам основана на известных принципах расщепления [82, 183, 185].

Простота алгоритмической реализации самой процедуры расщепления позволяет относительно легко адаптировать этот метод для решения полной системы трехмерных нестационарных уравнений газовой динамики (Эйлера и Навье-Стокса) на неструктурированных сетках.

В рамках разработанного подхода [186] рассматривалась трехмерная задача течения совершенного сжимаемого газа:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) &= 0, \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u \vec{v}) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}, \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v \vec{v}) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}, \\ \frac{\partial \rho w}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho w \vec{v}) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z},\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = \operatorname{div}(\vec{\Phi} - \vec{q}),$$

где: $\vec{q} = \lambda \nabla T$ – вектор теплового потока, ρ – плотность, P – давление,

$\vec{\Phi}$ – диссипативная функция, компоненты которой записываются в виде:

$$\Phi_x = u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz},$$

$$\Phi_y = u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz},$$

$$\Phi_z = u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz},$$

где: u, v, w – проекции вектора скорости; $\tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{yy}, \tau_{xz}, \tau_{zx}, \tau_{yz}, \tau_{zy}$ – компоненты тензора вязких напряжений.

Стационарное решение задачи, если оно существует, получается в результате установления. Значения функции на каждом последующем шаге по времени (или интегрированному параметру τ в методе установления) определялись в три этапа.

Для аппроксимации уравнений на каждом этапе применяются элементы метода конечных объемов. В рамках рассматриваемого подхода определяются усредненные значения производных по контрольному объему (в данном случае по тетраэдральному элементу).

$$\left\langle \frac{\partial T}{\partial \alpha} \right\rangle_{V_i} = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \frac{\partial T}{\partial \alpha} dV = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} T \vec{n} \cdot d\vec{S} \approx \frac{1}{V_i} \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{i,j}^\alpha T_i^j,$$

$$f = (u, v, w, p, q_\alpha, \tau_{\alpha\beta}), \quad i = 1, \dots, N, \quad j = 1 \dots 4, \quad \alpha = x, y, z, \quad \beta = x, y, z,$$

где: V_i – объем i -ого тетраэдра; S_i^j – площадь поверхности j -ой грани i -ого элемента; $n_{\alpha i}^j$ – x, y или z -я составляющая единичной нормали j -ой грани i -ого элемента; x, y, z – оси трехмерной декартовой системы координат.

Важнейшим элементом разработанного метода является способ расчета функции f на грани каждой расчетной ячейки. В простейшем случае значение функции f на грани берется как усреднённое значение функции в текущем и соседнем тетраэдре

$$f_i^j = \frac{1}{2} (f_L + f_{LB_j}),$$

где f_L – значение функции в i -ом элементе; f_{LB_j} – значение функции в соседнем элементе по j -ой грани.

Объем V i -ого тетраэдра с вершинами $A_i(x_A \ y_A \ z_A)$, $B_i(x_B \ y_B \ z_B)$, $C_i(x_C \ y_C \ z_C)$, $D_i(x_D \ y_D \ z_D)$ определяется по формуле:

$$V_i = \left| \frac{1}{6} \det(A) \right|,$$

где

$$A = \begin{pmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A & z_B - z_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A & z_C - z_A \\ x_D - x_A & y_D - y_A & z_D - z_A \end{pmatrix}.$$

где: $x_A, x_B, x_C, x_D, y_A, y_B, y_C, y_D, z_A, z_B, z_C, z_D$ – координаты вершин тетраэдра.

Координаты центра масс для этого же тетраэдра вычисляются по следующим формулам

$$x_{cm} = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4},$$

$$y_{cm} = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4},$$

$$z_{cm} = \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4}.$$

Площадь S j -ой грани i -ого тетраэдра может быть вычислена по формуле

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2},$$

где для грани с вершинами A, B и C :

$$S_x = \begin{vmatrix} y_B - y_A & z_B - z_A \\ y_C - y_A & z_C - z_A \end{vmatrix},$$

$$S_y = \begin{vmatrix} z_B - z_A & x_B - x_A \\ z_C - z_A & x_C - x_A \end{vmatrix},$$

$$S_z = \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}.$$

Аналогично рассчитывается площадь граней с вершинами $(A B D)$, $(A C D)$ и $(B C D)$.

Единичная нормаль к плоскости грани $(A B C)$ вычисляется с использованием формул

$$n_x = \frac{S_x}{\sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2}},$$

$$n_y = \frac{S_y}{\sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2}},$$

$$n_z = \frac{S_z}{\sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2}},$$

где: n_x , n_y , n_z – компонент нормали к грани.

Аналогичным образом вычисляются нормали оставшихся трех граней.

На первом этапе расчета, например, в методе крупных частиц [82] – определен как Эйлеров этап, изменяются лишь величины, относящиеся к ячейке в целом, а газ предполагается заторможенным. Поэтому конвективные члены вида $\text{div}(\rho \psi \vec{v})$, где $\psi = (1 \quad u \quad v \quad w \quad E)$, соответствующие эффектам перемещения, откидываются. Из уравнения неразрывности следует, что поле плотности будет заморожено, поэтому в оставшихся уравнениях можно вынести ρ из-под знака дифференциала и разрешить систему уравнений относительно временных производных от u , v , w , E :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0,$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z},$$

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z},$$

$$\rho \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z},$$

$$\rho \frac{\partial E}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0.$$

Для аппроксимации градиента давления $\nabla p = \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial z}$ рассмотрим отдельно аппроксимацию производных на элементе i . Среднее значение производной давления в элементарном объеме расчетной ячейки V_i найдем используя теорему Гаусса-Остроградского:

$$\left\langle \frac{\partial p}{\partial x} \right\rangle_{V_i} \approx \frac{1}{V_i} \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j p_i^j,$$

$$\left\langle \frac{\partial p}{\partial y} \right\rangle_{V_i} \approx \frac{1}{V_i} \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j p_i^j,$$

$$\left\langle \frac{\partial p}{\partial z} \right\rangle_{V_i} \approx \frac{1}{V_i} \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j p_i^j.$$

Для аппроксимации дивергенции в уравнении энергии воспользуемся полученными соотношениями:

$$\operatorname{div}(p \vec{v}) = \frac{\partial p u}{\partial x} + \frac{\partial p v}{\partial y} + \frac{\partial p w}{\partial z} \approx \frac{1}{V_i} \left(\sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j p_i^j u_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j p_i^j v_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j p_i^j w_i^j \right),$$

где: u_i^j, v_i^j, w_i^j – значения компонентов вектора скорости на j -ой грани i -ого элемента.

Формулы аппроксимации компонентов тензора вязких напряжений для i -ой ячейки представлены в виде:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\mu}{V_i} \left(\sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j v_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j u_i^j \right),$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{\mu}{V_i} \left(\sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j w_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j u_i^j \right),$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \frac{\mu}{V_i} \left(\sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j w_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j v_i^j \right),$$

$$\begin{aligned}\tau_{xx}^j &= \frac{2}{3} \frac{\mu}{V_i} \left(2 \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j u_i^j - \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j v_i^j - \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j w_i^j \right), \\ \tau_{yy}^j &= \frac{2}{3} \frac{\mu}{V_i} \left(- \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j u_i^j + 2 \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j v_i^j - \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j w_i^j \right), \\ \tau_{zz}^j &= \frac{2}{3} \frac{\mu}{V_i} \left(- \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j u_i^j - \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j v_i^j + 2 \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j w_i^j \right).\end{aligned}$$

Аппроксимация вязких слагаемых в правой части уравнений импульса проводится с использованием полученных соотношений:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &\approx \frac{1}{V_i} \left(\sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j \tau_{xx}^{ij} + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j \tau_{xy}^{ij} - \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j \tau_{xz}^{ij} \right), \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &\approx \frac{1}{V_i} \left(\sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j \tau_{yx}^{ij} + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j \tau_{yy}^{ij} - \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j \tau_{yz}^{ij} \right), \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} &\approx \frac{1}{V_i} \left(\sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j \tau_{zx}^{ij} + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j \tau_{zy}^{ij} - \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j \tau_{zz}^{ij} \right),\end{aligned}$$

где: $\tau_{xx}^{ij}, \tau_{yy}^{ij}, \tau_{zz}^{ij}, \tau_{xy}^{ij} \left(\tau_{yx}^{ij} \right), \tau_{xz}^{ij} \left(\tau_{zx}^{ij} \right), \tau_{yz}^{ij} \left(\tau_{zy}^{ij} \right)$ – значения компонентов тензора напряжений на j -ой грани i -ого элемента.

Используя полученные соотношения для аппроксимации уравнений в момент времени t , получим следующие разностные уравнения в декартовой системе координат для тетраэдральной ячейки i :

$$\begin{aligned}\rho_i \left\langle \frac{\partial u}{\partial t} \right\rangle_i &= \frac{1}{V_i} \left(- \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j p_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j \tau_{xx}^{ij} + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j \tau_{xy}^{ij} + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j \tau_{xz}^{ij} \right), \\ \rho_i \left\langle \frac{\partial v}{\partial t} \right\rangle_i &= \frac{1}{V_i} \left(- \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j p_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j \tau_{yx}^{ij} + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j \tau_{yy}^{ij} + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j \tau_{yz}^{ij} \right), \\ \rho_i \left\langle \frac{\partial w}{\partial t} \right\rangle_i &= \frac{1}{V_i} \left(- \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j p_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j \tau_{zx}^{ij} + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j \tau_{zy}^{ij} + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j \tau_{zz}^{ij} \right),\end{aligned}$$

$$\rho_i \left\langle \frac{\partial E}{\partial t} \right\rangle_i = \frac{1}{V_i} \left(\sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j p_i^j u_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j p_i^j v_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j p_i^j w_i^j \right),$$

где производные по времени определяются следующим образом:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_i = \frac{f_i^n - f_i^n}{\Delta t}, \quad f = (u, v, w, E).$$

В результате получим явные разностные уравнения первого порядка точности по времени и второго порядка по пространству:

$$u_i^n = u_i^n + \frac{1}{V_i} \left(- \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j p_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j \tau_{xx}^{ij} + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j \tau_{xy}^{ij} + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j \tau_{xz}^{ij} \right) \frac{\Delta t}{\rho_i},$$

$$v_i^n = v_i^n + \frac{1}{V_i} \left(- \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j p_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j \tau_{yx}^{ij} + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j \tau_{yy}^{ij} + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j \tau_{yz}^{ij} \right) \frac{\Delta t}{\rho_i},$$

$$w_i^n = w_i^n + \frac{1}{V_i} \left(- \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j p_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j \tau_{zx}^{ij} + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j \tau_{zy}^{ij} + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j \tau_{zz}^{ij} \right) \frac{\Delta t}{\rho_i},$$

$$E_i^n = E_i^n + \frac{1}{V_i} \left(- \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j p_i^j u_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j p_i^j v_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j p_i^j w_i^j \right) \frac{\Delta t}{\rho_i}.$$

В приведенных схемах u, v, w, E промежуточные значения параметров потока на слое $t + \Delta t$, полученные в предложении заторможенности поля плотности без учета эффектов перемещения среды.

На втором этапе (в методе крупных частиц – определен как Лагранжев этап) вычисляются эффекты переноса, которые учитывают обмен между объемными элементами сетки – рассчитываются потоки массы через границы расчетных ячеек. Здесь находятся за время Δt потоки массы ΔM^n через границы эйлеровых ячеек. При этом полагается, что вся масса переносится только за счет нормальной к границе составляющей скорости.

Поток массы через j -ую грань i -ого элемента ΔM_{ij}^n проще всего определять методом донорных ячеек [82, 173]:

$$\Delta M_{ij}^n = \rho_{sj}^n \tilde{v}_{ij}^n S_i^j \Delta t, \quad (2.1)$$

где

$$\rho_{sj}^n = \begin{cases} \rho_L^n, & \tilde{v} \geq 0, \\ \rho_{LB_j}^n, & \tilde{v} < 0, \end{cases}$$

$$\tilde{v}_{ij}^n = \begin{cases} \frac{1}{2}(\tilde{v} + |\tilde{v}|), & \tilde{v} \geq 0, \\ \frac{1}{2}(\tilde{v} - |\tilde{v}|), & \tilde{v} < 0, \end{cases}$$

$$\tilde{v} = \frac{1}{2}(\tilde{v}_L + \tilde{v}_R),$$

$$\tilde{v}_{L/R} = un_x + \tilde{v}n_y + wn_z,$$

ρ_L^n – плотность в i -ом тетраэдральном элементе, если поток вытекает из него через грань j ; ρ_R^n – плотность в соседнем через грань j тетраэдральном элементе, если поток втекает через грань j ; \tilde{v}_{ij}^n – нормальная составляющая вектора скорости на j -ой грани i -ого тетраэдра; S_i^j – площадь j -ой грани i -ого элемента; Δt – шаг по времени.

Традиционно считается, что метод донорных ячеек дает заведомо 1-й порядок точности. Однако его использование часто вполне оправдано по двум причинам. Во-первых, в работе [173] показано, что на достаточно гладких решениях этот метод ближе ко второму порядку аппроксимации производных. Во-вторых, при решении задач рассматриваемого класса численная диссипация метода донорных ячеек часто имеет положительное свойство стабилизируя численное решение.

На третьем этапе (заключительный этап) определяются окончательные значения газодинамических параметров потока на основе законов сохранения в целом в разностной форме.

Разностное уравнение, соответствующее уравнению неразрывности для i -ого тетраэдра имеет следующий вид:

$$M_i^{n+1} = M_i^n - \sum_{j=1}^4 \Delta M_{ij}^n,$$

где ΔM_{ij}^n – масса газа, пересекающая за время Δt одну из четырех граней рассматриваемой ячейки i . Отрицательный знак перед суммой $\sum_{j=1}^4 \Delta M_{ij}^n$ возникает вследствие того, что поток массы ΔM_{ij}^n принят положительным, если поток вытекает из j -ой грани i -ой ячейки (в соответствии с направлением внешней нормали к j -ой грани).

Подобные соотношения записываются для законов сохранения импульса (компонентов импульса) и полной энергии:

$$u_i^{n+1} M_i^{n+1} = u_i^n M_i^n - \sum_{j=1}^4 u_{sj}^n \Delta M_{ij}^n,$$

$$v_i^{n+1} M_i^{n+1} = \tilde{v}_i^n M_i^n - \sum_{j=1}^4 \tilde{v}_{sj}^n \Delta M_{ij}^n,$$

$$w_i^{n+1} M_i^{n+1} = w_i^n M_i^n - \sum_{j=1}^4 w_{sj}^n \Delta M_{ij}^n,$$

$$E_i^{n+1} M_i^{n+1} = E_i^n M_i^n - \sum_{j=1}^4 E_{sj}^n \Delta M_{ij}^n.$$

При использовании неструктурированной сетки грани тетраэдра произвольно ориентированы по отношению к направлению потока, поэтому при практических расчетах для автоматического определения направления потока (втекает поток через грань или вытекает) имеет смысл ввести функцию D [61] относящуюся к каждой из четырех граней ($j=1 \dots 4$) элемента i :

$$D_i^j = \begin{cases} 1, & \text{если жидкость втекает в ячейку } i \text{ через грань } j, \\ 0, & \text{если жидкость вытекает из ячейки } i \text{ через грань } j. \end{cases}$$

Таким образом, на новом временном слое $t^{n+1} = t^n + \Delta t$ получаем формулы для расчета окончательных значений параметров потока ρ^{n+1} , u^{n+1} , v^{n+1} , w^{n+1} , E^{n+1} :

$$\rho_i^{n+1} = \rho_i^n - \sum_{j=1}^4 \Delta M_{ij}^n,$$

$$u_i^{n+1} = \frac{1}{V_i} \left[u_i^n \left(\rho_i^n V_i - \sum_{j=1}^4 (1 - D_i^j u_{kj}^n) \Delta M_{ij}^n \right) - \sum_{j=1}^4 D_i^j u_{kj}^n \Delta M_{ij}^n \right] / \rho_i^{n+1},$$

$$v_i^{n+1} = \frac{1}{V_i} \left[\tilde{v}_i^n \left(\rho_i^n V_i - \sum_{j=1}^4 (1 - D_i^j \tilde{v}_{kj}^n) \Delta M_{ij}^n \right) - \sum_{j=1}^4 D_i^j \tilde{v}_{kj}^n \Delta M_{ij}^n \right] / \rho_i^{n+1},$$

$$w_i^{n+1} = \frac{1}{V_i} \left[w_i^n \left(\rho_i^n V_i - \sum_{j=1}^4 (1 - D_i^j w_{kj}^n) \Delta M_{ij}^n \right) - \sum_{j=1}^4 D_i^j w_{kj}^n \Delta M_{ij}^n \right] / \rho_i^{n+1},$$

$$\begin{aligned} E_i^{n+1} = & \frac{1}{V_i} \left[E_i^n \left(\rho_i^n V_i - \sum_{j=1}^4 (1 - D_i^j E_{kj}^n) \Delta M_{ij}^n \right) - \sum_{j=1}^4 D_i^j E_{kj}^n \Delta M_{ij}^n \right] / \rho_i^{n+1}, + \\ & + \frac{1}{V_i} \left(\sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j \tau_{xx}^{ij} u_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j \tau_{xy}^{ij} u_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j \tau_{xz}^{ij} u_i^j + \right. \\ & + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j \tau_{yx}^{ij} v_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j \tau_{yy}^{ij} v_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j \tau_{yz}^{ij} v_i^j + \\ & + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j \tau_{zx}^{ij} w_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j \tau_{zy}^{ij} w_i^j + \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j \tau_{zz}^{ij} w_i^j - \\ & \left. - \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j q_{ij}^x - \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j q_{ij}^y - \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j q_{ij}^z \right) \frac{\Delta t}{\rho_i^{n+1}}, \end{aligned}$$

где $u_{kj}^n, \tilde{v}_{kj}^n, w_{kj}^n, E_{kj}^n$ – промежуточные значения компонентов скорости и полная энергия, которые были рассчитаны на предыдущем этапе, в ячейке соседнего тетраэдра граничащего с текущим через грань j ; $q_{ij}^x, q_{ij}^y, q_{ij}^z$ – значения компонентов теплового потока на j -ой грани i -ого элемента.

Для аппроксимации компонентов конвективного теплового потока для i -ой ячейки будем пользоваться следующими соотношениями:

$$q_{ij}^x = -\frac{\lambda}{V_i} \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{xi}^j T_i^j,$$

$$q_{ij}^y = -\frac{\lambda}{V_i} \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{yi}^j T_i^j,$$

$$q_{ij}^z = -\frac{\lambda}{V_i} \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{zi}^j T_i^j,$$

где T_i^j – значение температуры на j -ой грани i -ого элемента.

Давление на новом временном слое находим из калорического уравнения состояния совершенного газа:

$$p_i^{n+1} = \rho_i^{n+1} (\gamma - 1) \left(E_i^{n+1} - \frac{(u_i^{n+1})^2 + (v_i^{n+1})^2 + (w_i^{n+1})^2}{2} \right).$$

Температуру на новом временном слое находим из термического уравнения состояния:

$$T_i^{n+1} = \frac{p_i^{n+1} M}{\rho_i^{n+1} R},$$

где M – молярная масса воздуха ($M = 0,029$ кг/моль); R – универсальная газовая постоянная ($R = 8,3145$ Дж/(К×моль)).

Вычислительный цикл, таким образом, закончен. Дальнейший процесс вычислений состоит из многократного повторения шагов по времени.

Как альтернативный метод расчета потока на грани используется один из приближенных методов решения задачи о распаде произвольного разрыва – схема семейства AUSM (Advection Upstream Splitting Method) алгоритмов [55], основанный на идее вычисления потоков через грани расчетных ячеек С.К. Годунова [54, 187].

Существует множество модификаций указанной конечно-разностной схемы [55 – 59]. Первоначальный вариант был предложен Лио и Стефаном [55] для расчета типичных аэродинамических задач и был усовершенствован в работах [60, 188]. Позже метод был обобщен на все скоростные режимы и на многофазные течения [56 – 59]. Применительно к решению задач на неструктурированных сетках метод рассмотрен в [61].

В методах семейства схем AUSM расщепление проводится отдельно

по конвективной составляющей (числу Маха) и давлению.

Будем рассматривать конвективный F^C и акустический F^P потоки в трехмерной постановке уравнений Навье-Стокса:

$$F^C = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho ui \\ \rho uv \\ \rho uw \\ \rho Eu + pu \end{pmatrix} = u \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E + p \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} \rho c \\ \rho uc \\ \rho vc \\ \rho wc \\ (\rho E + p)c \end{pmatrix}; \quad F^P = p \begin{pmatrix} 0 \\ n_x \\ n_y \\ n_z \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

Обозначив величины внутри ячейки слева и справа индексами «L» и «R» соответственно, индексом «1/2» величины на границе между двумя соседними ячейками, получим конвективный поток на границе ячеек в следующем виде:

$$F_{1/2}^C = M_{1/2} \begin{pmatrix} \rho c \\ \rho uc \\ \rho vc \\ \rho wc \\ (\rho E + p)c \end{pmatrix}_{L/R}. \quad (2.3)$$

Основная идея подхода AUSM заключается в том, что приближенные значения определяются в зависимости от числа $M_{1/2}$, в то время как «пассивные» величины переносятся из ячейки, откуда направлен поток:

$$f_{L/R} = \begin{cases} f_L, & M_{1/2} \geq 0, \\ f_R, & M_{1/2} < 0. \end{cases}$$

Для всего семейства AUSM основополагающим моментом является способ определения числа маха $M_{1/2}$. В схеме AUSM число $M_{1/2}$ расщепляется на вклад «слева» f_L^+ и «справа» f_R^- :

$$M_{1/2} = f_L^+ + f_R^-.$$

Аналогично расщепляется давление на вклад «слева» и «справа»:

$$p_{1/2} = \phi_L^+ p_L + \phi_R^- p_R.$$

Аппроксимировать функции $f_{L/R}^\pm$ в виде полиномов второй степени (2.4),

а функции $\varphi_{L/R}^{\pm}$ в виде полинома третьей степени (2.5), было предложено Ван-Лиrom в своей работе [189]:

$$f_{L/R}^{\pm} = \begin{cases} \pm \frac{1}{4}(M_{L/R} \pm 1)^2, & |M_{L/R}| \leq 1, \\ \frac{1}{2}(M_{L/R} \pm |M_{L/R}|), & |M_{L/R}| > 1, \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\varphi_{L/R}^{\pm} = \begin{cases} \frac{1}{4}(M_{L/R} \pm 1)^2(2 \mp M_{L/R}), & |M_{L/R}| \leq 1, \\ \frac{1}{2}(1 \pm \text{sign}(M_{L/R})), & |M_{L/R}| > 1. \end{cases} \quad (2.5)$$

Аппроксимировать функции $f_{L/R}^{\pm}$ и $\varphi_{L/R}^{\pm}$ в виде полинома четвертого (2.6) и пятого (2.7) порядков соответственно, было предложено в работе [188].

$$f_{L/R}^{\pm} = \begin{cases} \pm \frac{1}{4}(M_{L/R} \pm 1)^2 \pm \frac{1}{8}(M_{L/R}^2 - 1)^2, & |M_{L/R}| \leq 1, \\ \frac{1}{2}(M_{L/R} \pm |M_{L/R}|), & |M_{L/R}| > 1, \end{cases} \quad (2.6)$$

$$\varphi_{L/R}^{\pm} = \begin{cases} \frac{1}{4}(M_{L/R} \pm 1)^2(2 \mp M_{L/R}) \pm \frac{3}{16}M_{L/R}(M_{L/R}^2 - 1), & |M_{L/R}| \leq 1, \\ \frac{1}{2}(1 \pm \text{sign}(M_{L/R})), & |M_{L/R}| > 1. \end{cases} \quad (2.7)$$

В данной работе предлагается рассчитывать потоки через грани расчетных ячеек приближенным методом решения задачи распада произвольного разрыва по схеме AUSM \pm up2 [62, 63, 64].

Основная идея подхода AUSM \pm up2 остается практически прежней: все расщепления потоков производится за счет числа $M_{1/2}$, в то время как «пассивные» величины переносятся из той ячейки, откуда направлен поток:

$$\dot{m} = M_{1/2} c_{1/2} \begin{cases} \rho_L & \text{если } M_{1/2} > 0, \\ \rho_R & \text{если } M_{1/2} \leq 0. \end{cases} \quad (2.8)$$

Однако число Маха здесь определяется по-другому. Число $M_{1/2}$ будет расщепляться на вклад «слева» f_M^+ и «справа» f_M^- .

$$M_{1/2} = f_M^+ + f_M^- + M_p. \quad (2.9)$$

Будет использоваться аппроксимация четвертого порядка точности, которая удовлетворяет указанным критериям:

$$f_M^\pm = \begin{cases} \frac{1}{2}(M \pm |M|), & \text{если } |M| \geq 1, \\ \pm \frac{1}{4}(M \pm 1)^2 \pm \frac{1}{8}(M^2 - 1)^2, & \text{если } |M| < 1. \end{cases} \quad (2.10)$$

Параметр M_p из (3.4) будет искаться следующим образом:

$$M_p = -\frac{K_p}{f_a} \max(1 - \sigma \bar{M}^2, 0) \frac{p_R - p_L}{\bar{\rho} c_{1/2}^2}, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho_L + \rho_R}{2}, \quad (2.11)$$

где:

$$f_a(M_0) = M_0(2 - M_0), \quad (2.12)$$

$$M_0^2 = \min(1, \max(\bar{M}^2, M_\infty^2)), \quad (2.13)$$

$$\bar{M}^2 = \frac{V_n^{+2} + V_n^{-2}}{2c_{1/2}^2}, \quad (2.14)$$

$$c_{1/2} = \min(\tilde{c}_L, \tilde{c}_R), \quad \tilde{c}_L = c^{*2} / \max(c^*, V_n^+), \quad \tilde{c}_R = c^{*2} / \max(c^*, -V_n^-), \quad (2.15)$$

$$c^{*2} = \frac{2(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)} H, \quad (2.16)$$

$$K_p = 0,25, \sigma = 1,0.$$

Перейдем к расщеплению давления. Общий вид уравнения для вычисления давления выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \tilde{p} = & \frac{p_L + p_R}{2} + \frac{f_p^+ - f_p^-}{2} (p_L - p_R) + \\ & + \sqrt{\frac{u_L^2 + v_L^2 + w_L^2 + u_R^2 + v_R^2 + w_R^2}{2}} (f_p^+ + f_p^- - 1) \bar{\rho} c_{1/2}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

По аналогии с числом Маха, число $p_{1/2}$ будем расщеплять на вклад «слева» $\varphi_L^+(M)$ и «справа» $\varphi_R^-(M)$:

$$p_{1/2} = \varphi_L^+ + \varphi_R^-. \quad (2.18)$$

Будет использоваться аппроксимация третьего порядка точности, которая удовлетворяет указанным критериям:

$$\varphi^{\pm} = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 \pm \text{sign}|M|), & \text{если } |M| \geq 1, \\ \frac{1}{4}(M \pm 1)^2(2 \mp M), & \text{если } |M| < 1. \end{cases} \quad (2.19)$$

2.3. Постановка начальных и граничных условий

Для численного моделирования обтекания различных тел потоком совершенного сжимаемого вязкого газа использовались четыре типа граничных условий, которые условно обозначим: Γ_{in} , Γ_{out} , Γ_{symm} , Γ_{wall} .

На входной границе расчетной области Γ_{in} используются условия в набегающем потоке газа:

$$\begin{aligned} \rho|_{\Gamma_{in}} &= \rho_{\infty}, \quad u|_{\Gamma_{in}} = u_{\infty}, \quad v|_{\Gamma_{in}} = v_{\infty}, \quad \omega|_{\Gamma_{in}} = \omega_{\infty}, \\ E|_{\Gamma_{in}} &= E_{\infty} = \frac{p_{\infty}}{(\gamma - 1)\rho_{\infty}} + \frac{u_{\infty}^2 + v_{\infty}^2 + \omega_{\infty}^2}{2}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

где $\rho_{\infty}, u_{\infty}, v_{\infty}, \omega_{\infty}, p_{\infty}$ – параметры невозмущенного потока.

При вытекании газа на выходе из расчетной области Γ_{out} применяются условия открытой границы:

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial n} \right|_{\Gamma_{out}} = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{\Gamma_{out}} = 0, \quad \left. \frac{\partial v}{\partial n} \right|_{\Gamma_{out}} = 0, \quad \left. \frac{\partial \omega}{\partial n} \right|_{\Gamma_{out}} = 0, \quad \left. \frac{\partial E}{\partial n} \right|_{\Gamma_{out}} = 0, \quad (2.21)$$

где n – вектор единичной нормали к грани. Условие (17) используется, когда газ вытекает из расчетной области.

На твердой стенке Γ_{wall} ставятся условия прилипания для скорости, условия. Для энергии используются условия теплоизолированной или охлаждаемой стенки:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{\Gamma_{wall}} = 0, \quad u|_{\Gamma_{wall}} = 0, \quad v|_{\Gamma_{wall}} = 0, \quad \omega|_{\Gamma_{wall}} = 0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma_{wall}} = 0, \quad (2.22)$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{\Gamma_{wall}} = 0, \quad u|_{\Gamma_{wall}} = 0, \quad v|_{\Gamma_{wall}} = 0, \quad \omega|_{\Gamma_{wall}} = 0, \quad T|_{\Gamma_{wall}} = 0. \quad (2.23)$$

В плоскости симметрии Γ_{symm} применяется условие симметрии потока.

Постановка граничных условий прилипания на твердой поверхности

в условиях весьма разреженной неструктурированной сетки не обеспечивает строгое решение уравнений Навье-Стокса. В данном случае – это скорее вычислительный прием, стабилизирующий численное решение.

Использование в аналогичной постановке граничных условий скольжения и системы уравнений Эйлера приводит практически к тем же значениям аэродинамических коэффициентов, что было показано в работе [190]. Также на используемых расчетных сетках теряет смысл расчет тепловых потоков.

2.4. Вывод

Развита вычислительная модель течения вязкого и невязкого совершенного газа на основе метода конечного объема расщепления по физическим процессам применительно к неструктурированным тетраэдральным расчетным сеткам путем использования приближенного метода расчета распада произвольного разрыва на границах ячеек AUSM \pm up2.

Приведена расчетная схема модифицированного метода расщепления по физическим процессам, которая использовалась в качестве базового подхода для сквозного счета пространственного высокоскоростного обтекания без предварительного выделения поверхностей разрывов.

ГЛАВА 3. МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТЕПЛОВОГО БАЛАНСА КОНСТРУКЦИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЧИСЛЕННЫХ СХЕМ НА НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТКАХ

3.1. Вычислительная модель в трехмерной постановке

Температурным полем тела (или системы тел) называется совокупность значений температуры, взятая по его объему в любой рассматриваемый момент времени. Математически поле температур может быть выражено в форме уравнения $F(t, x, y, z, \tau) = 0$.

В инженерной практике приходится иметь дело как с нестационарным, так и со стационарным температурными полями. Нестационарное температурное поле меняется по пространству и времени, а стационарное – только по координатам. Температурное поле обладает всеми свойствами непрерывного скалярного поля. Ниже представим краткий качественный анализ процедуры получения уравнения теплопроводности, следуя работе [217].

Изменение температурного поля по пространству наблюдается лишь в направлениях, пересекающих поверхности одинаковой температуры (изотермические поверхности), причем наиболее резкое изменение имеет место в направлениях нормали к изотермической поверхности.

Градиентом температуры в теории теплообмена называют предел:

$$\lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta n} = \vec{n} \cdot \frac{\partial T}{\partial n} = \text{grad} T, \quad (3.1)$$

где \vec{n} – единичный вектор нормали, n – нормаль к изотермической поверхности. Градиент температуры представляет собой вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности и численно равных частной производной от температуры по этому направлению.

По определению:

$$\text{grad} T = \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k}, \quad (3.2)$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы.

Количество теплоты, проходящей в единицу времени τ , отнесенное к единице

площади изотермической поверхности S , называется плотностью теплового потока \vec{q} и является вектором, направление которого противоположно температурному градиенту:

$$\vec{q} = (-n) \frac{dQ}{d\tau} \frac{l}{S}. \quad (3.3)$$

Проекция вектора \vec{q} на любое направление l есть вектор \vec{q}_l , скалярная величина которого равна $q \cos(n, l)$.

Согласно закону Фурье, вектор теплового потока прямопропорционален градиенту температуры:

$$\vec{q} = -\lambda \text{grad } T, \quad (3.4)$$

где знак минус указывает на то, что векторы плотности теплового потока и градиента температур, в соответствии со вторым законом термодинамики, направлены в противоположные стороны, а множитель пропорциональности λ рассматривается как некоторая физическая характеристика, именуемая теплопроводностью.

Кроме того, отметим, что производная температуры по направлению l определяется через производные температуры по декартовым координатам формулой:

$$\frac{dT}{dl} = \frac{\partial T}{\partial x} \cos(x, l) + \frac{\partial T}{\partial y} \cos(y, l) + \frac{\partial T}{\partial z} \cos(z, l), \quad (3.5)$$

где $\cos(x, l)$, $\cos(y, l)$ и $\cos(z, l)$ – косинусы углов между направлением координат l и координатными осями OX , OY , OZ .

С учетом законом Фурье (3.4), уравнение (3.2) можно записать в виде:

$$dQ = -\lambda \frac{dT}{dl} dS, \quad (3.6)$$

где $dS = dF \cos(n, l)$ – элементарная площадка, перпендикулярная направлению l .

Для составления дифференциального уравнения теплопроводности будем рассматривать неравномерно нагретое тело. Пусть поверхность этого тела S , а объем V .

Если температура тела вследствие каких-либо причин изменится и станет отличной от температуры окружающей среды, между телом и средой начнется процесс теплообмена.

Первый закон термодинамики в этом случае запишется в виде:

$$Q_{cm} + Q_V = \Delta U + L, \quad (3.7)$$

где Q_{cm} – количество теплоты, полученное (отданное) телом через поверхность; Q_V – количество теплоты, выделяющееся (поглощающееся) в теле вследствие действия внутренних источников теплоты; ΔU – изменение внутренней энергии и L – работа, совершенная телом над окружающей средой или наоборот. Также примем, что механическая работа $L = 0$.

Количество теплоты Q_{cm} может быть вычислено по формуле:

$$Q_{cm} = \int_S \int_0^\tau dQ d\tau, \quad (3.8)$$

а, количество теплоты Q_V определено по соотношению:

$$Q_V = \int_V \int_0^\tau q_V dV d\tau, \quad (3.9)$$

где q_V – удельная мощность внутренних источников теплоты, имеющая размерность Bm / m^3 .

Изменение внутренней энергии тела определяется по формуле:

$$\Delta U = \int_V \int_0^\tau C_p \rho \frac{\partial T}{\partial \tau} dV d\tau. \quad (3.10)$$

Если учесть уравнения (3.8), (3.9) и (3.10) то уравнение (3.7) можно записать в следующем виде:

$$\int_S \int_0^\tau dQ d\tau + \int_V \int_0^\tau q_V dV d\tau = \int_V \int_0^\tau C_p \frac{\partial T}{\partial \tau} dV d\tau. \quad (3.11)$$

Учитывая формулу (3.4) первый член левой части уравнения (3.11) можно записать как:

$$\int_S \int_0^\tau dQ d\tau = - \int_V \int_0^\tau \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \cos(x, l) + \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \cos(y, l) + \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \cos(z, l) \right] dS d\tau. \quad (3.12)$$

Применив к формуле (3.12) преобразование Гаусса-Остроградского, получим следующее решение:

$$\int_0^\tau \int_S dQ d\tau = \int_0^\tau \int_S \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] dV d\tau. \quad (3.13)$$

Подставляя выражение (3.13) в (3.11) получим решение в следующем виде:

$$\int_0^\tau \int_V \left[C_p \rho \frac{\partial T}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) - q_v \right] dV d\tau = 0. \quad (3.14)$$

Если предположить, что все характеристики уравнения (3.14) это непрерывные функции координат и времени, а объем V – произвольный, то весь интеграл будет равен нулю при условии, что подынтегральное выражение тоже равняется нулю. Следовательно, уравнение (3.14) можно записать в следующем виде:

$$C_p \rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_v, \quad (3.15)$$

где ρ – плотность материала; λ – коэффициент теплопроводности материала; C_p – коэффициент теплоемкости материала.

Дифференциальное уравнение (3.15) называется уравнением Фурье-Кирхгофа, которое устанавливает связь между временным и пространственным изменением температуры в любой точке тела и является параболическим уравнением второго порядка.

Задача теплового баланса, поставленная в данной работе, сводится к решению уравнения Фурье-Кирхгофа с заданием граничных условий I, II, III или IV рода. Для решения этой задачи был разработан авторский компьютерный код TC3D (Thermal Conductive 3D), который реализует решение уравнения (3.15) на неструктурированных пространственных тетраэдральных расчетных сетках (Рисунки 3.1 и 3.2). Начальные значения плотности, коэффициента теплопроводности и коэффициента теплоемкости задавались постоянными, следовательно, уравнение (3.15) становится линейным. Нестационарная часть

уравнения теплопроводности добавлена с целью его решения методом установления [191, 192].

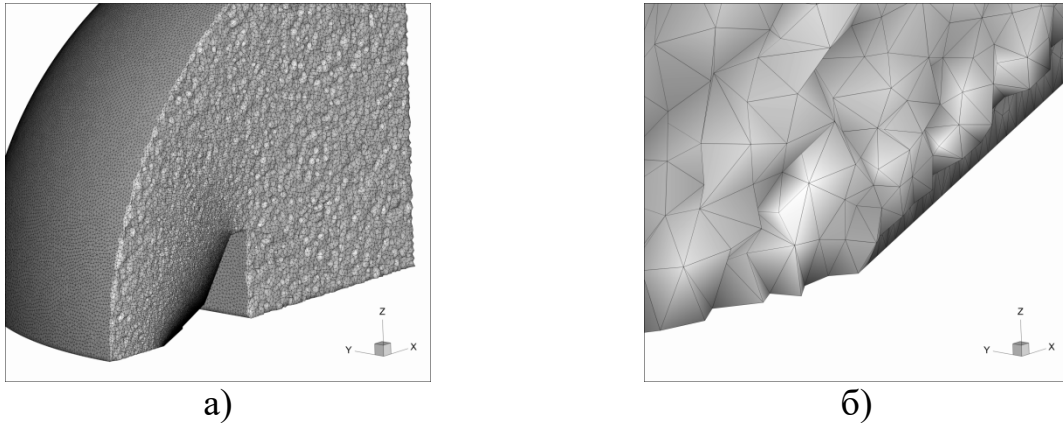


Рисунок 3.1 – Общий вид пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетки

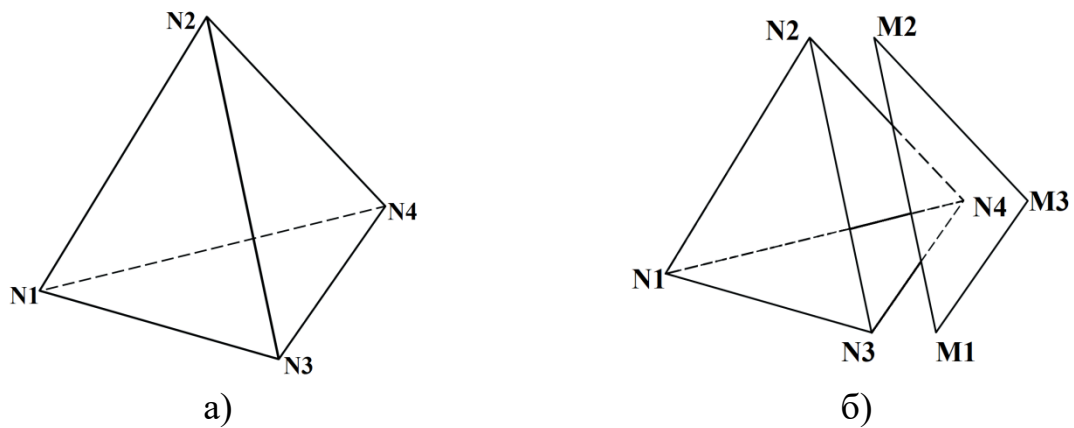


Рисунок 3.2 – Конструкция одного элемента пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетки

Так как задача решается на пространственных неструктурированных тетраэдральных сетках методом конечного объема, то аппроксимация производных температуры по пространству будет записываться следующим образом:

$$\left\langle \frac{\partial T}{\partial \alpha} \right\rangle_{V_i} = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \frac{\partial T}{\partial \alpha} dV = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} T_i \cdot dS \approx \frac{1}{V_i} \sum_{j=1}^4 S_i^j n_i^\alpha T_i^j, \quad (3.16)$$

где $i = 1 \dots N$, $j = 1 \dots 4$, $\alpha = x, y, z$, V_i – объем i -го тетраэдра; S_i^j – площадь поверхности j -й грани i -го элемента; $n_{i,j}^\alpha$ – компонента единичной нормали j -й грани i -го элемента.

При расчете пространственных производных на гранях контрольного объема берется полусумма значений функции температуры в центрах соседних от грани

ячеек. На рисунке 3.3 показана схема возможного взаимного положения соседних элементов расчетной сетки.

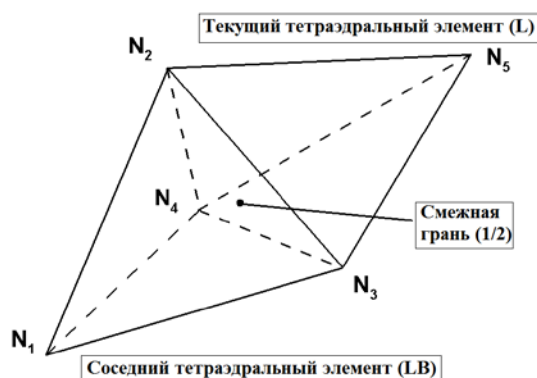


Рисунок 3.3 – Схема расположения соседних тетраэдральных элементов

Созданный авторский компьютерный код TC3D реализует задание граничных условий для задач теплообмена I, II и III рода, т.е. можно использовать результаты расчетов распределений плотностей тепловых потоков на поверхности ВЛА, полученных с помощью компьютерных кодов, способных моделировать внешнее аэротермодинамическое течение газа на основе системы уравнений Навье-Стокса.

3.2. Постановка начальных и граничных условий

Для численного моделирования обтекания различных тел потоком совершенного сжимаемого вязкого газа использовались пять типов граничных условий (Γ_{in} , Γ_{out} , Γ_{symm} , Γ_{wall} , Γ_{gen}).

На внешней границе расчетной области Γ_{in} используются условия I (3.17) и II (3.18) рода:

$$\begin{aligned} T_w &= f(x_w, y_w, z_w, \tau), \\ T_w &= const, \end{aligned} \quad (3.17)$$

где T_w – температура на поверхности тела, x_w, y_w, z_w – координаты точки на поверхности тела.

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_w = q_w. \quad (3.18)$$

В частности, при задании граничного условия II рода, для нахождения температуры на поверхности тела использовались уравнение радиационного равновесия (3.19) или уравнение теплового баланса (3.20):

$$T_w = \sqrt[4]{\frac{q_w}{\varepsilon\sigma}}, \quad (3.19)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = q_w + \varepsilon\sigma T_{surf-in}^4. \quad (3.20)$$

На выходной границе расчетной области Γ_{out} применяются условия открытой границы:

$$T_{\Gamma-out} = T_w. \quad (3.21)$$

На внутренней выходной границе Γ_{wall} ставятся условия постоянно охлаждаемой стенки (условие I рода) или условия открытой границы:

$$\begin{aligned} T_{wall} &= f(x_w, y_w, z_w, \tau), \\ T_{wall} &= const, \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$T_{wall} = T_w. \quad (3.23)$$

На перегородках Γ_{gen} между расчетными объемами используется граничное условие взаимодействия двух сред (условие IV рода):

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{w1} = \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{w2}. \quad (3.24)$$

В плоскости симметрии Γ_{symm} применяется условие симметрии потока.

3.3. Вывод

На основе пространственного уравнения теплопроводности разработан авторский компьютерный код TC3D, позволяющий решать задачи теплового баланса для различных геометрий ВЛА с учетом композиций материалов.

Компьютерный код является развитием авторского компьютерного кода UST3D применительно к решению задач теплового баланса в твердой среде ВЛА и элементах конструкций с использованием метода конечного объема на трехмерных неструктурированных тетраэдральных расчетных сетках.

ГЛАВА 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

4.1. Введение

При решении проблем разработки авторских кодов для расчетов задач вычислительной аэродинамики одной из ключевых проблем является выбор способа оценки достоверности полученных результатов. Существует несколько способов оценки качества разработанной методики:

- численное и визуальное сравнение полей аэродинамических характеристик, полученных в рамках наземных и летных испытаний, с результатами, полученными с использованием разработанного метода (эта процедура называется валидацией);

- численное и визуальное сравнение полей аэродинамических характеристик, полученных с использованием «надежных» компьютерных кодов (уже проверенных с использованием первого подхода), с результатами, полученными с использованием разработанного метода (эта процедура называется верификацией).

Первый подход ограничивается перечнем задач с опубликованными данными по аэродинамическим характеристикам, которые могут быть рассчитаны с использованием новой методики с удовлетворительной степенью точности на неструктурированных пространственных расчетных сетках сравнительно малой степени подробности.

Второй подход значительно расширяет возможности для тестирования нового метода, так как с использованием эталонного компьютерного кода может быть получен более широкий набор данных для перекрестного сравнения.

В данной главе проводится сравнение результатов численного моделирования с использованием предложенного метода, описанного в главе 2, с другими расчетными данными, полученными с использованием компьютерных кодов UST3D, HySol и UST3D-AUSMPW, которые были разработаны в ИПМех РАН и по которым опубликованы научные работы, в которых, в свою очередь, выполнялись верификация и валидация [48 – 51, 65 – 67] (сравнение с экспериментальными данными и данными полученными другими авторами).

Авторский компьютерный код UST3D [65] был разработан С.Т. Суржиковым, компьютерный код HySol разработан И.А. Крюковым [66].

Авторский компьютерный код UST3D реализует метод донорных ячеек и AUSM-метод [82], а в компьютерном коде HySol реализуются «классический» метод точного решения задачи Римана из [54, 187] и AUSM \pm up [55]. В авторском компьютерном коде UST3D-AUSMPW реализуется метод AUSM PW [193].

При проведении численных исследований высокоскоростное течение газа полагается ламинарным, процессы, связанные с химическими превращениями газа, не рассматривались.

Также в данной главе приводятся результаты численно-теоретического анализа теплового баланса на примере конструкций экспериментального высокоскоростного летательного аппарата с использованием предложенного метода, для реализации сопряженного решения двух задач.

4.2. Численное моделирование обтекания модели двойного конуса 25°/55° высокоскоростным потоком газа

В настоящем разделе описывается тестирование разработанного автором компьютерного кода UST3D_AUSMUP2 с результатами авторских компьютерных кодов UST3D, HySol и UST3D_AUSMPW на примере расчета газодинамических параметров модели двойного конуса 25°/55° и проведено сравнение расчетных коэффициентов давления с экспериментом [50]. Подчеркнем, что исследуемая задача за последнее десятилетие стала международным стандартом валидации компьютерных кодов. Особый интерес представляет взаимодействие ударной волны с пограничным слоем в зоне стыка двух конусов, моделирование которого является достаточно сложной задачей.

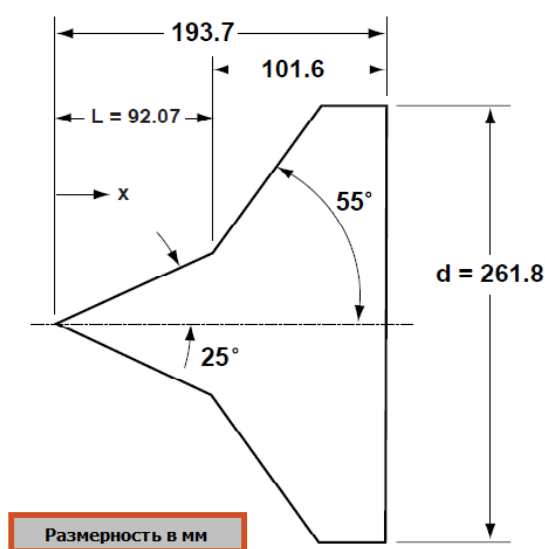
В качестве результатов расчета в литературе, как правило, приводятся распределения числа Маха, давления и температуры в плоскости симметрии ($Z = 0$).

Цифровая модель двойного конуса 25°/55° (Рисунок 4.1 а, б) создана в САПР SolidWorks на основе литературных данных [194, 195].

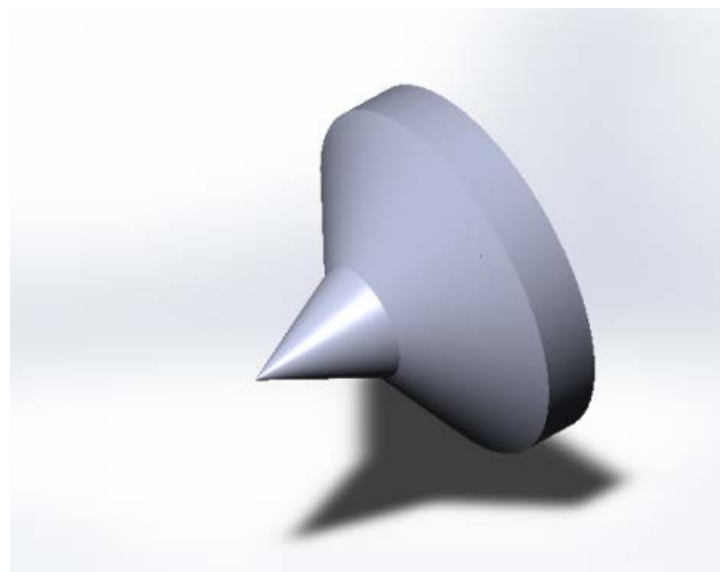
Центром исследований University of Buffalo Research Center (CUBRC)

были проведены эксперименты [212], по результатам которых была создана значительная база экспериментальных данных в области обтекания полых цилиндров и моделей с двойным конусом высокоскоростными потоками газа.

Параметры набегающего потока газа для расчета аэродинамики модели двойного конуса $25^\circ/55^\circ$ были получены из [194, 195] по эксперименту Run 28 (Таблица 4.1). Здесь и далее параметры с индексом “ ∞ ” относятся к набегающему потоку.



а)



б)

Рисунок 4.1 – а) Геометрические параметры модели [195];
б) Общий вид модели двойного конуса $25^\circ/55^\circ$ в SolidWorks

Таблица 4.1 – Параметры набегающего потока газа для расчета аэродинамики модели двойного конуса $25^\circ/55^\circ$

№ эксп.	V_∞ , м/с	$\rho_\infty \cdot 10^{-4}$, кг/м ³	T_∞ , К	T_w , К	M_∞	Газ	γ
Run 28	2664,0	6,546	185,6	293,3	9,59	N ₂ (Азот)	1,39
-	2664,0	6,546	185,6	293,3	9,59	Воздух	1,4

С помощью программного комплекса GMSH построена пространственная неструктурированная тетраэдральная расчетная сетка размером 7,7 миллионов ячеек (Рисунок 4.2) со сгущением к поверхности геометрической модели (Рисунки 4.3 – 4.5). Отметим, что данная задача недавно исследовалась в [182] с использованием подробных структурированных конечно-разностных сеток, где получено хорошее согласие с экспериментальными данными. Целевая функция

решения данной задачи на неструктурированных сетках состоит в необходимости изучения использования неструктурированных сеток для изучения ударно-волновых взаимодействий на объектах, представляющих практический интерес.

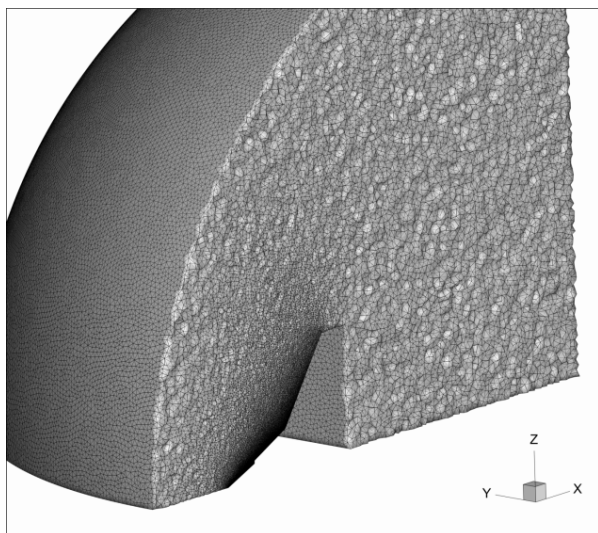


Рисунок 4.2 – Общий вид расчетной сетки

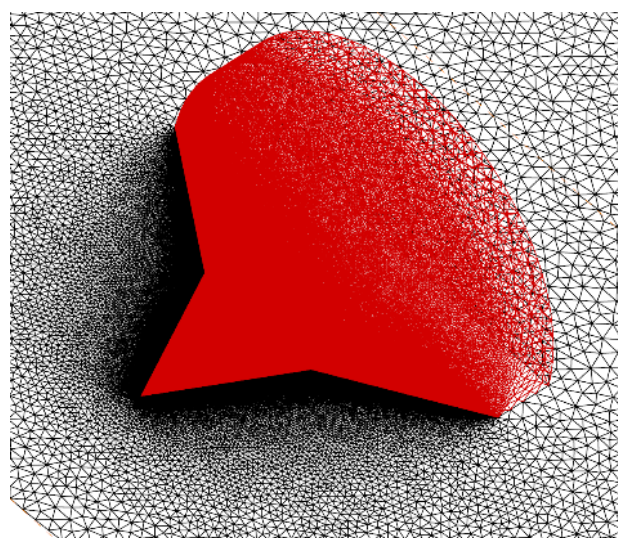


Рисунок 4.3 – Сгущение сетки по всей поверхности геометрической модели

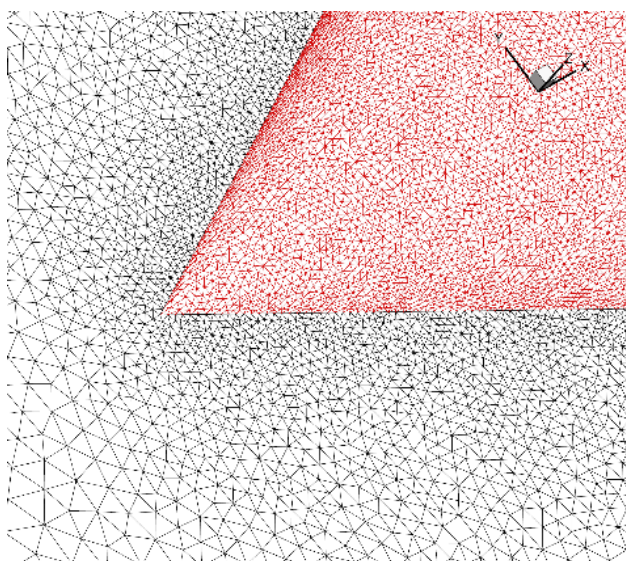


Рисунок 4.4 – Сгущение сетки на поверхности первого конуса 25°

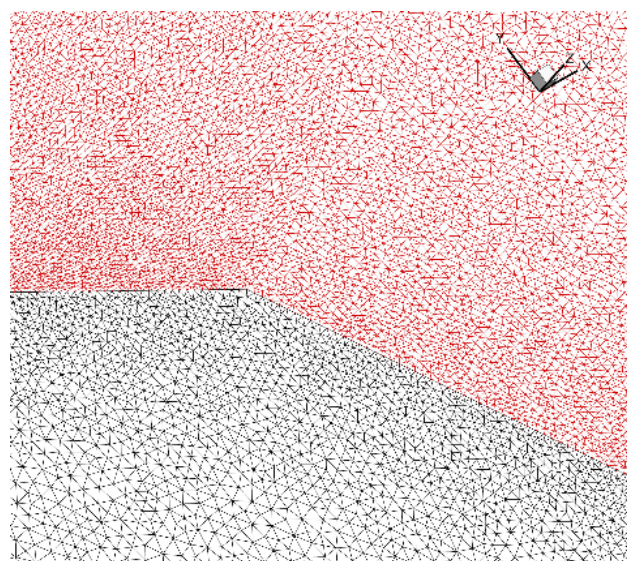


Рисунок 4.5 – Сгущение сетки на поверхности второго конуса 55°

Качество созданных сеточных пространств оценивалось по ряду общепринятых критериев. Коэффициент формы (аспектное соотношение, англ. aspect ratio) для любой треугольной ячейки поверхностной сетки и тетраэдрального элемента объемной сетки не превышает 4 и 6 соответственно. Коэффициент асимметрии (англ. equiangle skew), характеризующий угловую скошенность, для треугольных элементов меньше 0,65, для тетраэдральных – меньше 0,7.

Построенные расчетные сетки полностью удовлетворяют требованиям, необходимым для эффективной работы рассматриваемых авторских компьютерных кодов.

На рисунках 4.6 – 4.14 показан результат работы использованных компьютерных кодов. Как следует из представленных изображений, картины распределения чисел Маха, давления и температуры по результатам работы кодов в исследуемой области практически одинаковы. Необходимо заметить, что в зоне отрывного течения, распределения температурного поля, полученные с использованием компьютерного кода HySol, отличаются от распределений, полученных с использованием компьютерных кодов UST3D_AUSMUP2 и UST3D_AUSMPW.

Эффект различия данных по температурным распределениям в отрывной зоне за исследуемой моделью является типичным при расчетах на неструктурированных сетках высокоскоростных течений. Чаще всего это связано с приближенным характером используемых методов расчета в указанной зоне течения. Анализ основных причин возникновения погрешностей дан в работе [182].

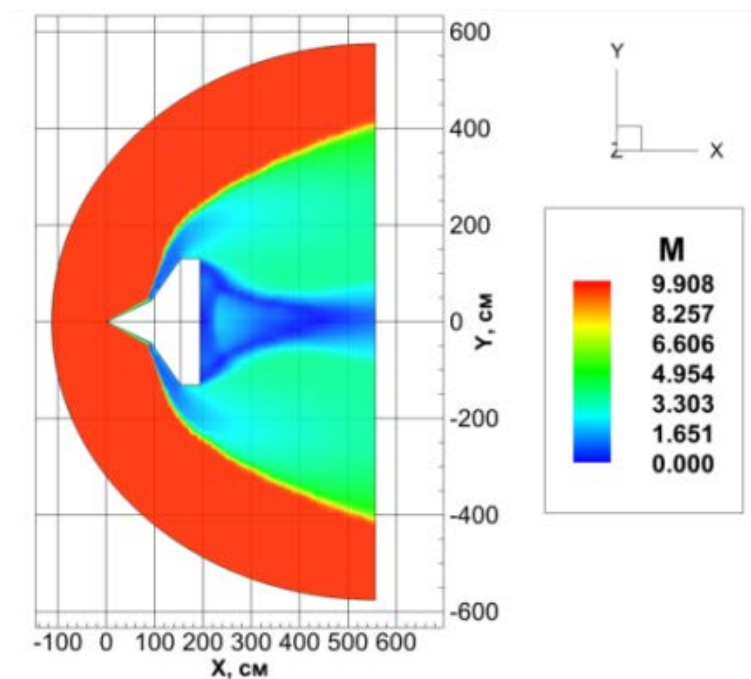


Рисунок 4.6 – Распределение чисел Маха в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSM_UP2

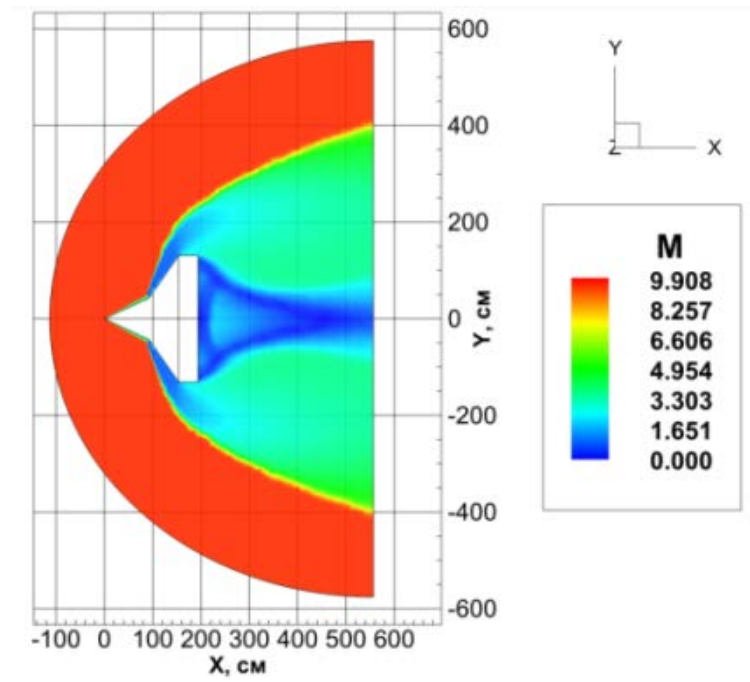


Рисунок 4.7 – Распределение чисел Маха в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSMPW

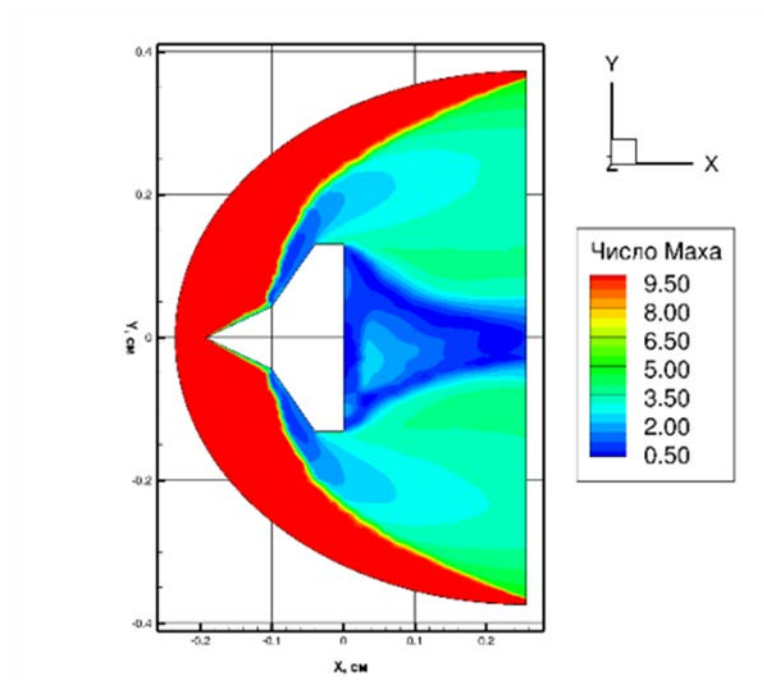


Рисунок 4.8 – Распределение чисел Маха в результате работы компьютерного кода HySol

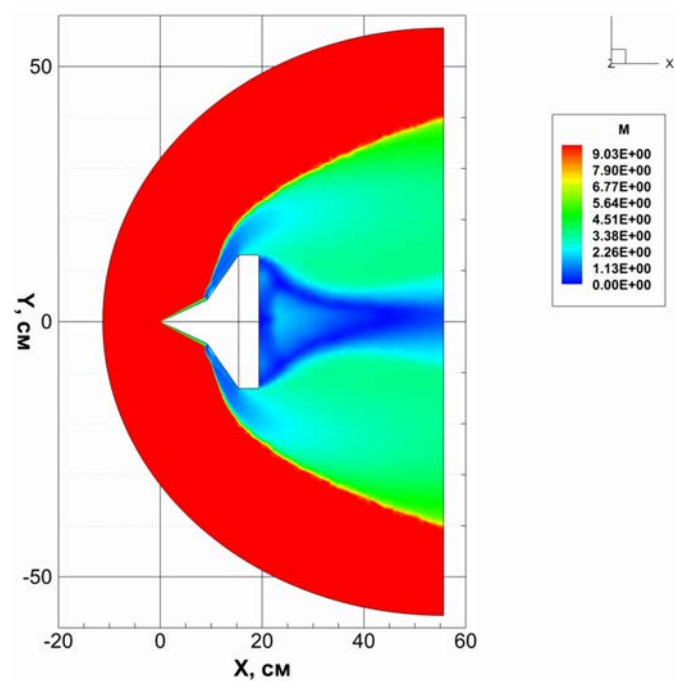


Рисунок 4.9 – Распределение чисел Маха в результате работы компьютерного кода UST3D

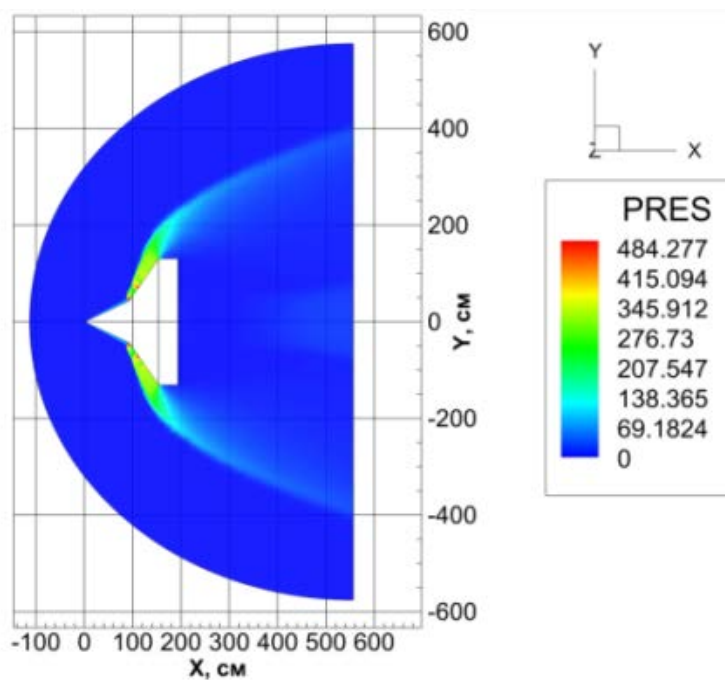


Рисунок 4.10 – Распределение давления в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSM_UP2

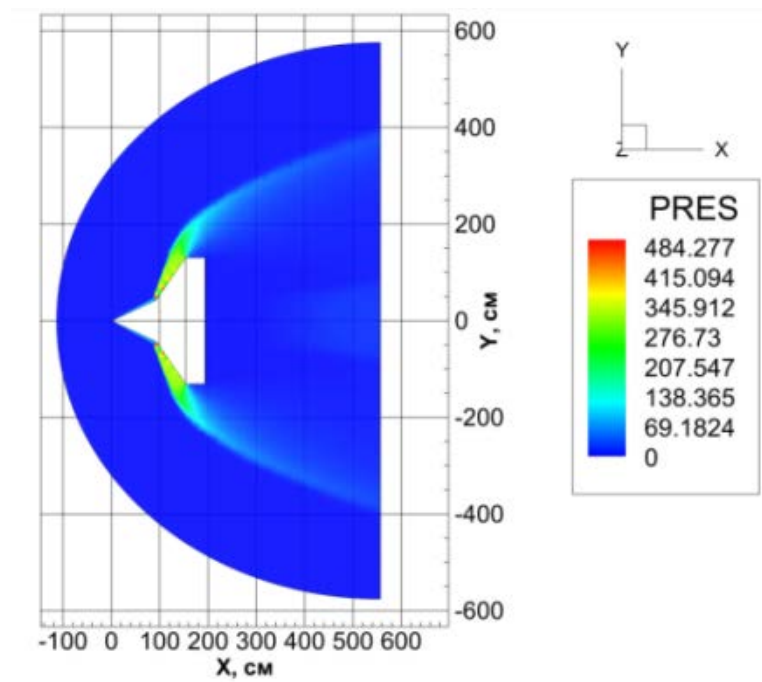


Рисунок 4.11 – Распределение давления в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSMPW

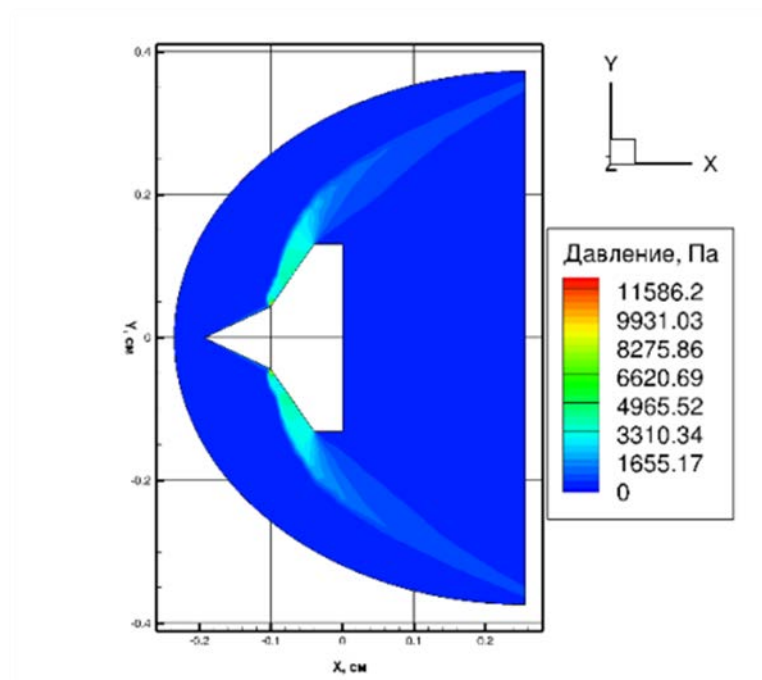


Рисунок 4.12 – Распределение давления в результате работы компьютерного кода HySol

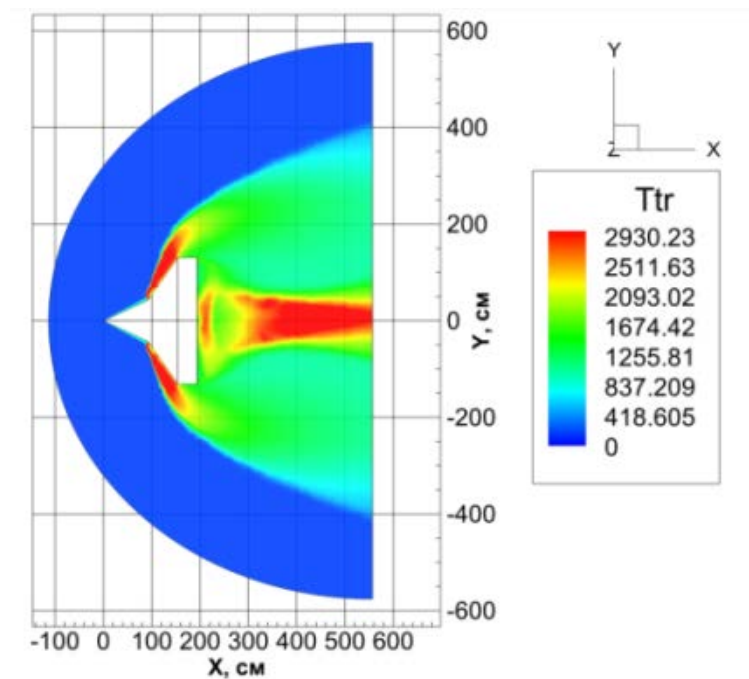


Рисунок 4.13 – Распределение температуры в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSM_UP2

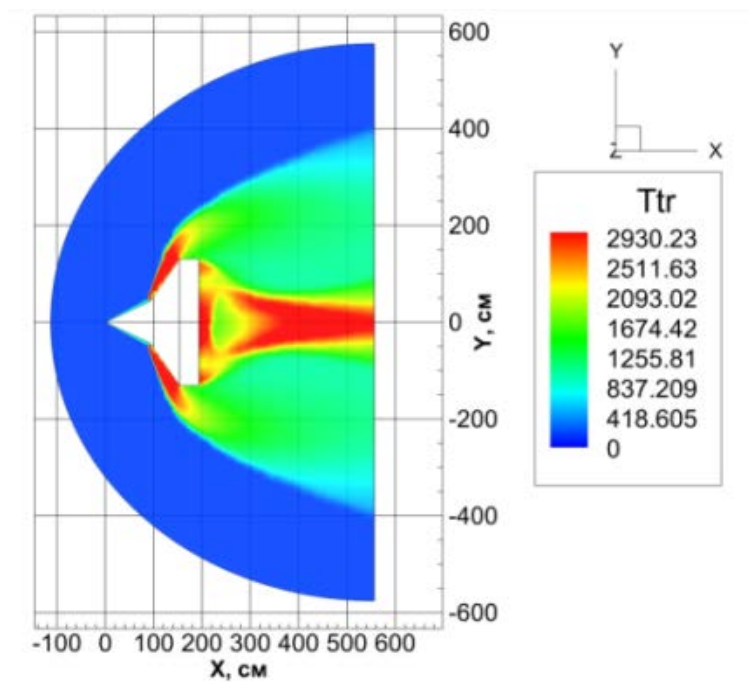


Рисунок 4.14 – Распределение температуры в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSMPW

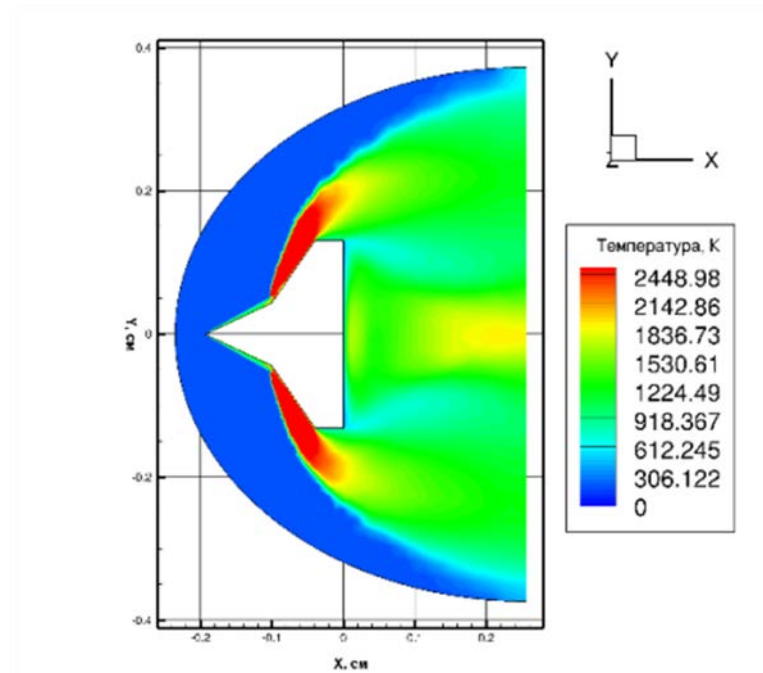


Рисунок 4.15 – Распределение температуры в результате работы компьютерного кода HySol

На рисунке 4.16 показано сравнение коэффициентов давления, полученных с использованием компьютерных кодов UST3D_AUSMUP2, UST3D_AUSMPW и HySol, с данными, полученными в ходе эксперимента [212]. Характер распределений коэффициента давления, полученных с использованием указанных компьютерных кодов, совпадает с распределением экспериментальных данных, однако, наблюдается смещение пиков в области взаимодействия ударной волны с пограничным слоем второго конуса, а также отсутствие «ступеньки» в зоне ударно-волнового взаимодействия на стыке конусов.

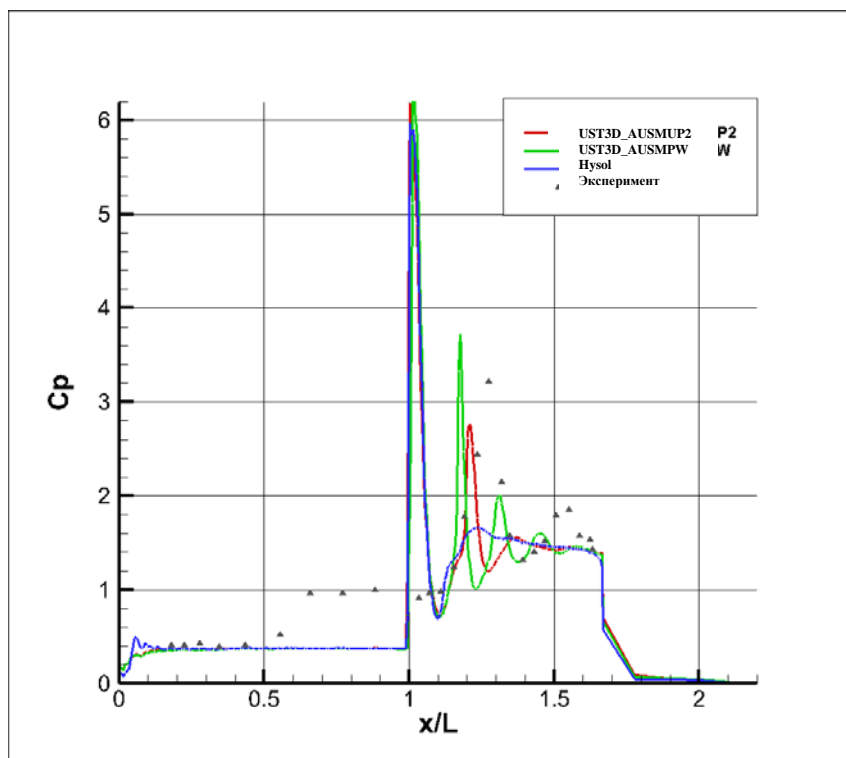
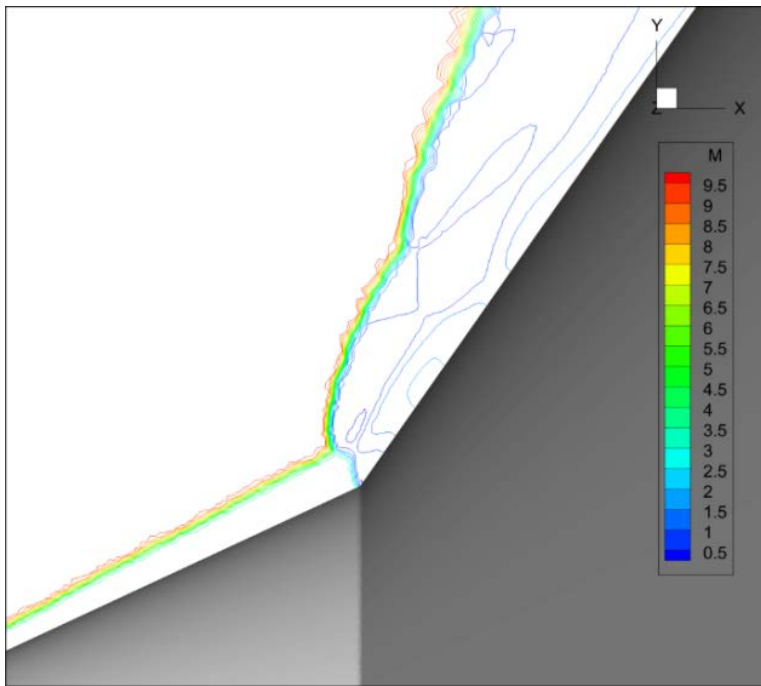


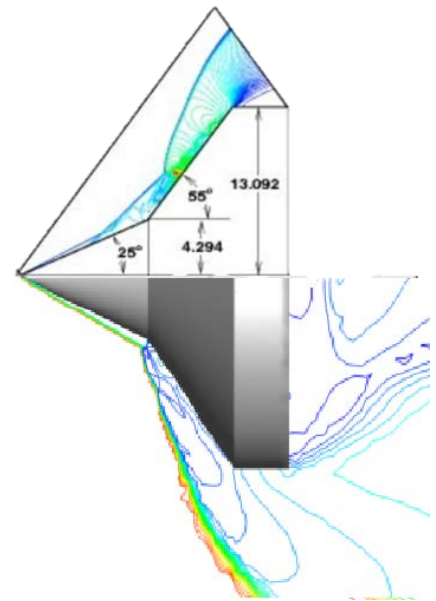
Рисунок 4.16 – Сравнение распределения коэффициента давления C_p с экспериментом

Получение достоверной картины переотраженной ударной волны очень сложный процесс, поскольку на достоверность конечного результата влияет не только используемый метод расчета, но также и тип расчетной пространственной сетки.

На рисунках 4.17 – 4.19 представлены результаты сравнения ударно-волнового взаимодействия, полученные с использованием авторских компьютерных кодов семейства UST3D с результатами, полученными Gnoffo P.A. [194] на структурированных расчетных сетках.

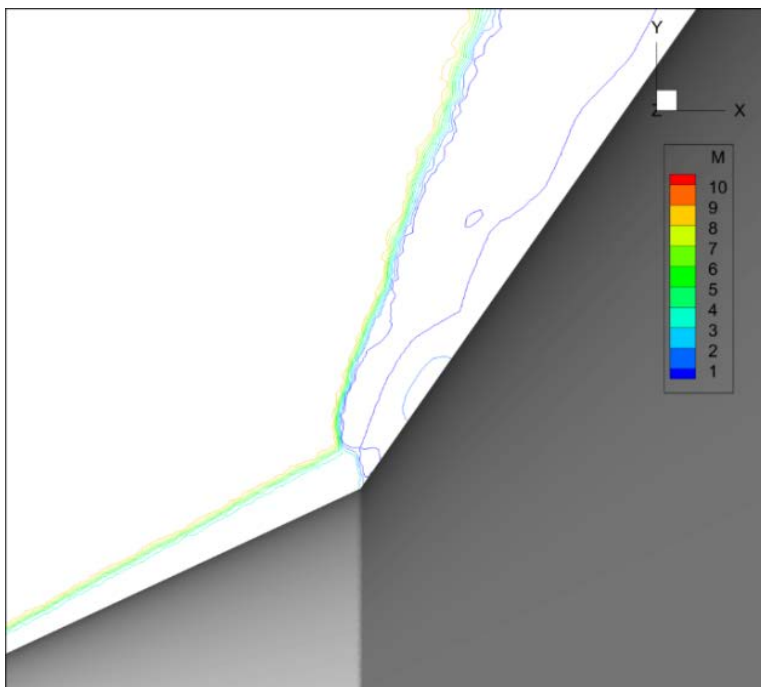


а)

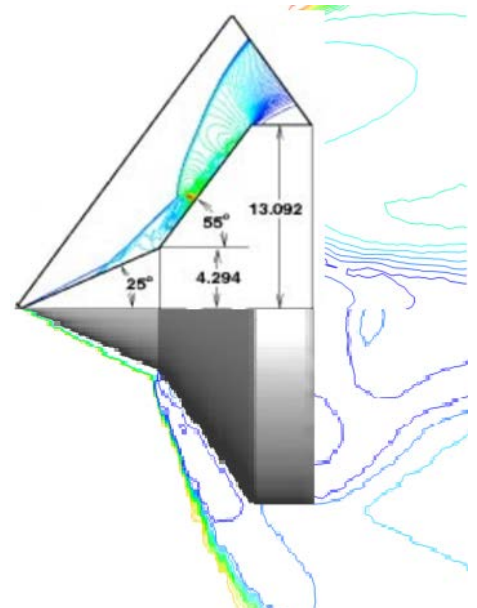


б)

Рисунок 4.17 – а) Зона ударно-волновых взаимодействий; б) Сравнение распределения плотности по поверхности модели (нижняя часть) с результатами Gnoffo P.A. [194] (верхняя часть). Расчетный код: UST3D_AUSMUP2

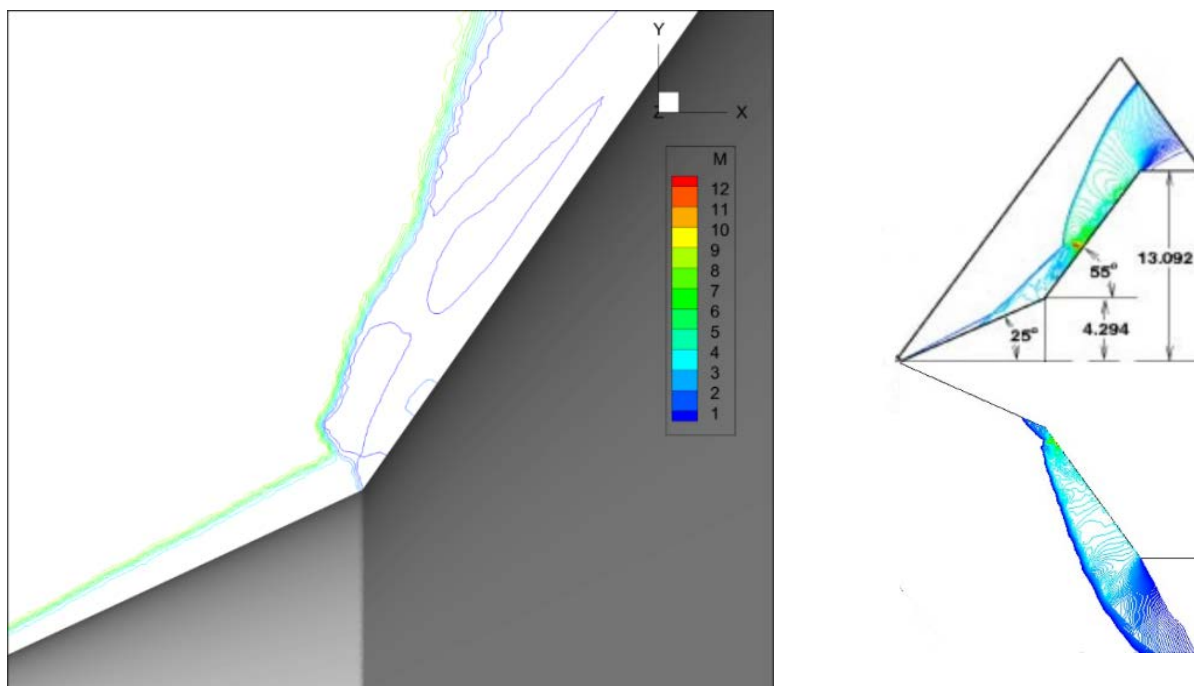


а)



б)

Рисунок 4.18 – а) Зона ударно-волновых взаимодействий; б) Сравнение распределения плотности по поверхности модели (нижняя часть) с результатами Gnoffo P.A. [194] (верхняя часть). Расчетный код: UST3D_AUSMPW



а)

б)

Рисунок 4.19 – а) Зона ударно-волновых взаимодействий; б) Сравнение распределения плотности по поверхности модели (нижняя часть) с результатами Gnoffo P.A. [194] (верхняя часть). Расчетный код: HySol

Полученные результаты показывают ожидаемое увеличение давления в интересующей зоне – области взаимодействия ударной волны с пограничным слоем конуса 55° , однако характер распределения несколько отличается от полученного в [194]. Подобный результат, как и отличие в распределении коэффициента давления (Рисунок 4.16) связан с применением недостаточно подробной расчетной сетки в зоне пограничного слоя и области ударно-волновых взаимодействий. Однако, еще раз подчеркнем, что в нашем случае использовались неструктурированные конечно-объемные сетки. Приведенные расчетные данные имеют практическую ценность, поскольку позволяют оценить реальную картину обтекания, получаемую с использованием неструктурированных сеток для существенно более сложных аэродинамических конфигураций. Из сравнения результатов вычислений с [194] видно, что точка максимальной плотности на поверхности модели смещена ниже и находится ближе к переходу от одного конуса к другому.

4.3. Численное моделирование обтекания моделей бесконечного цилиндра и затупленного конуса высокоскоростным потоком газа

Проблема высокоскоростного обтекания затупленных тел простейшей геометрии, составляющих элементы конструкций перспективных высокоскоростных летательных аппаратов (плоская пластина, круговой и эллиптический цилиндры, сфера, острые и затупленные конусы и т.д.), является одной из наиболее актуальных в мировом аэрокосмическом сообществе и также являются международными валидационными тестами.

Для моделирования аэротермодинамики перспективных высокоскоростных летательных аппаратов в полной компоновке требуются реально недостижимые ресурсы ЭВМ, даже с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютеров и кластеров.

Решение вышеуказанной проблемы заключается в выборе простейших геометрических форм, что позволяет с удобством исследовать задачи аэротермодинамики перспективных высокоскоростных летательных аппаратов, с целью получения и анализа тестовых решений, проверки качества вычислительных схем и алгоритмов.

В настоящем разделе описывается тестирование разработанного компьютерного кода UST3D_AUSMUP2 с результатами авторских компьютерных кодов UST3D, HySol и UST3D_AUSMPW на предмет проявления численных ошибок, связанных с качеством расчетных сеток и используемых методов решения.

С использованием САПР SolidWorks были построены компьютерные геометрии моделей бесконечного цилиндра и острого конуса, затупленного по сфере, в формате *.iges (Рисунок 4.19 а, б) на основе данных из литературы [196].

Параметры набегающего потока газа для расчета аэродинамики модели бесконечного цилиндра были получены из [62 – 64], а для модели острого конуса – из «ГОСТ 4401-81. Атмосфера стандартная.» на высоте 20 км (Таблица 4.2). Здесь и далее параметры с индексом « ∞ » относятся к набегающему потоку.

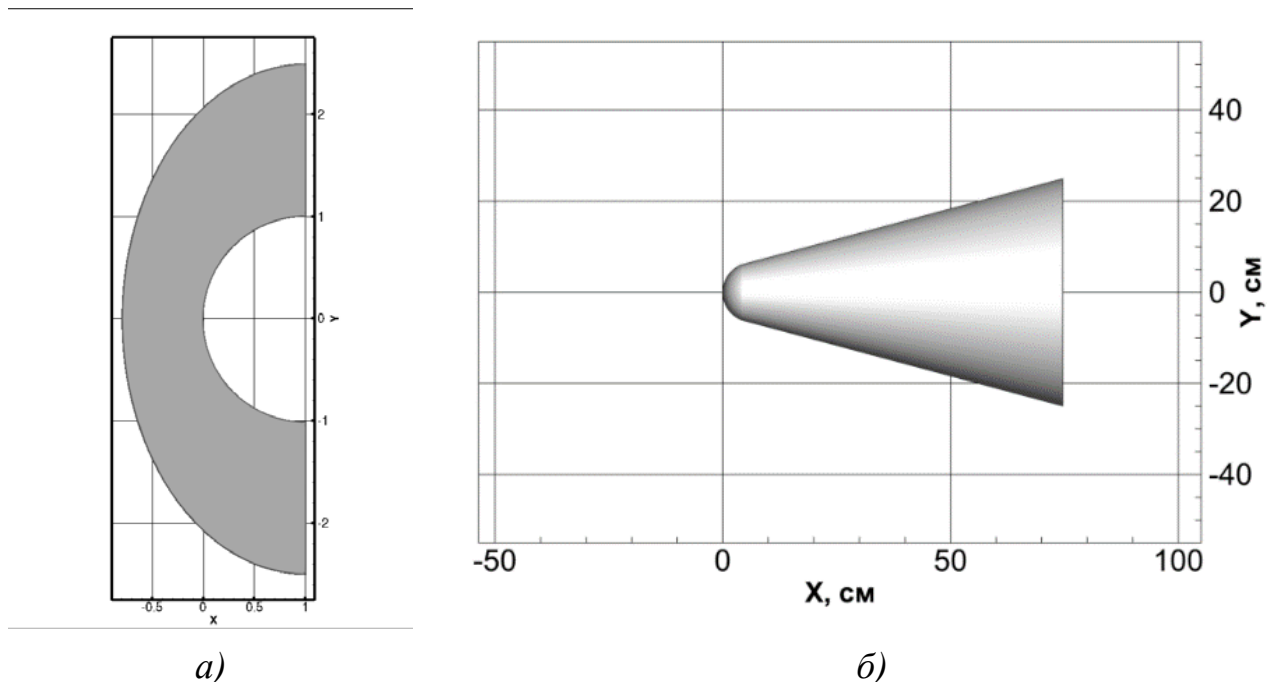


Рисунок 4.20 – Виртуальные геометрические модели. а) модель бесконечного цилиндра; б) модель конуса, затупленного по сфере. Поток слева направо

Таблица 4.2 – Исходные параметры, используемые при расчете компьютерными кодами.

Модель	$P_{\infty} \cdot 10^5$, эрг/см ³	$\rho_{\infty} \cdot 10^{-4}$, г/см ³	T_{∞} , К	T_w , К	M_{∞}	Газ	γ
Цилиндр	0,547	0,889	216,65	300,0	17	N ₂ (Азот)	1,4
Конус	0,547	0,889	216,65	300,0	10	N ₂ (Азот)	1,4
	0,547	0,889	216,65	300,0	13	N ₂ (Азот)	1,4

На основе указанных компьютерных моделей с использованием открытого некоммерческого программного комплекса GMSH были построены пространственные неструктурированные тетраэдральные расчетные сетки для бесконечного цилиндра (Рисунок 4.20) и затупленного конуса (Рисунок 4.21).

Для модели бесконечного цилиндра была построена равномерная сетка размером 1 905 274 ячеек. Минимальный размер ячейки составил 0,5 мм.

Для модели острого конуса, затупленного по сфере, была построена неравномерная расчетная сетка со сгущением в носовой части и вдоль конусообразной части размером 3 081 553 ячеек. Минимальный размер ячейки составил 3 мм.

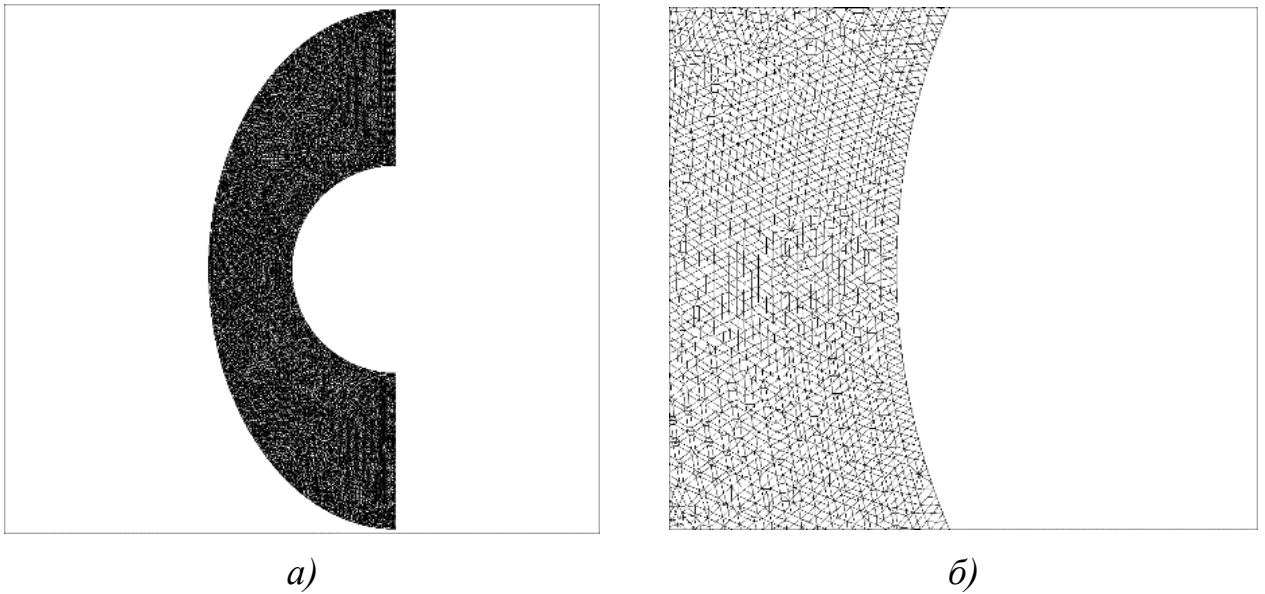


Рисунок 4.21 – Пространственная неструктурированная тетраэдральная расчетная сетка, для бесконечного цилиндра, размером $N = 1,9$ млн ячеек

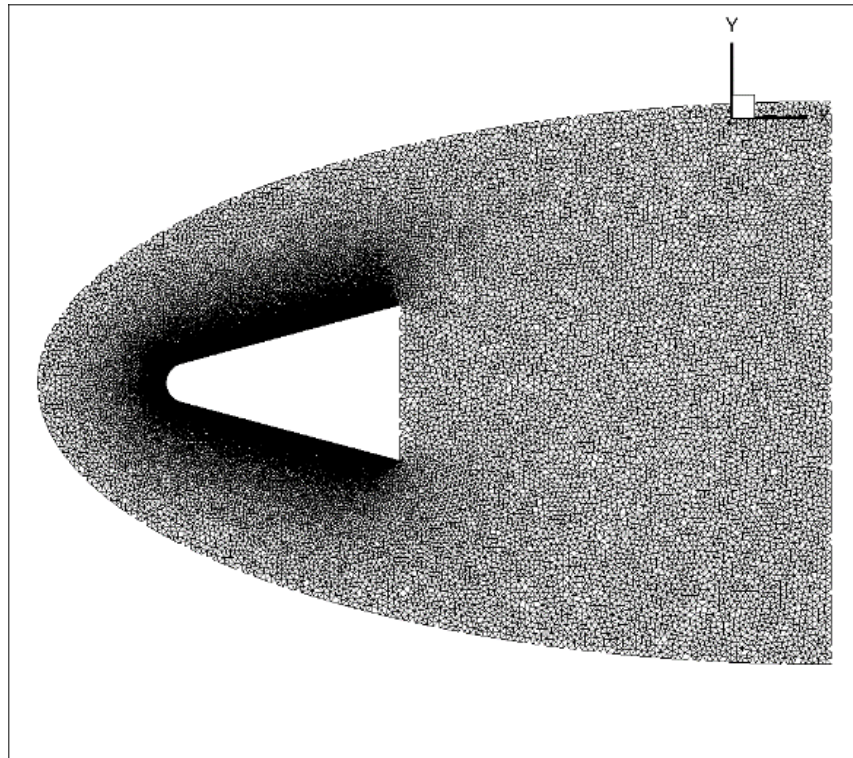


Рисунок 4.22 – Пространственная неструктурированная тетраэдральная расчетная сетка для конуса, затупленного по сфере, размером $N = 3,1$ млн ячеек

Качество созданных сеточных пространств оценивалось по ряду общепринятых критериев. Коэффициент формы для любой треугольной ячейки поверхностной сетки и тетраэдрального элемента объемной сетки не превышает 4 и 6 соответственно [197, 198]. Коэффициент асимметрии, характеризующий угловую скошенность, для треугольных элементов меньше 0,65, для тетраэдральных – меньше 0,7. Построенные расчетные сетки полностью

удовлетворяют требованиям, необходимым для эффективной работы рассматриваемых авторских компьютерных кодов.

Результаты расчетов распределения ударной волны с отображением изоповерхностей, на которых можно видеть неоднородности, обусловлено погрешностями аппроксимации поля течения на тетраэдральных сетках, которые связаны также с используемыми методами решения представлены на рисунках 4.23 – 4.26.

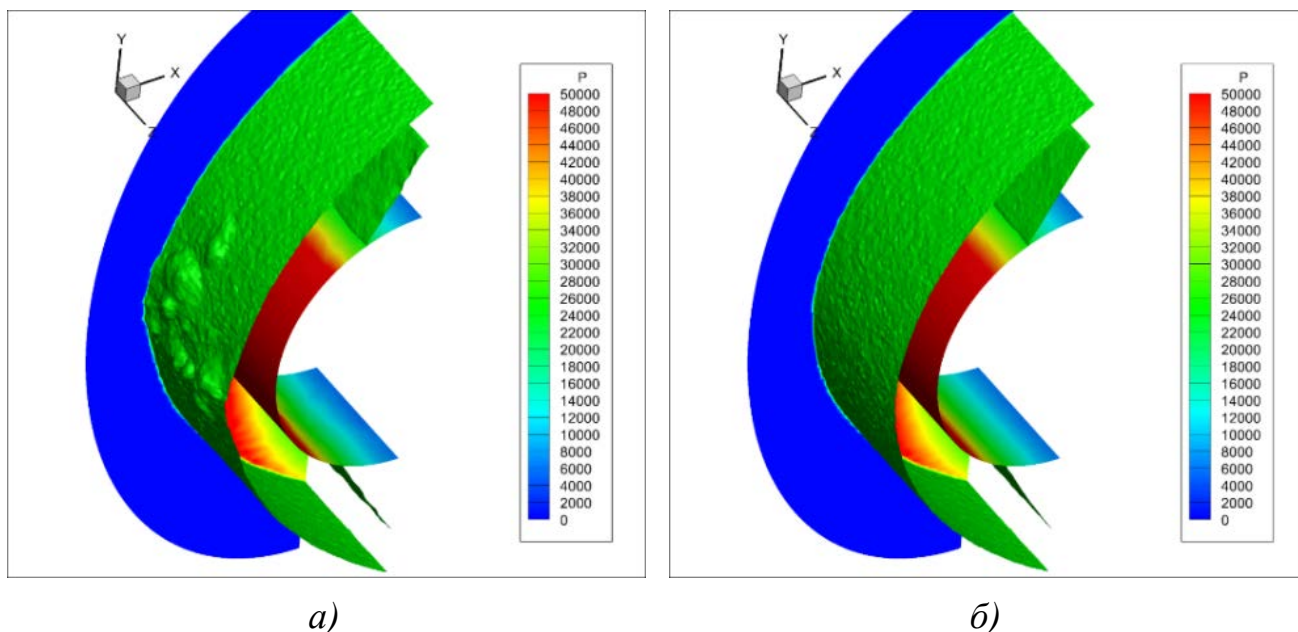


Рисунок 4.23 – Результаты численного моделирования распределения ударной волны для бесконечного цилиндра с использованием расчетного кода: а) HySol точным методом; б) HySol методом AUSM \pm up. Давление указано в паскалях

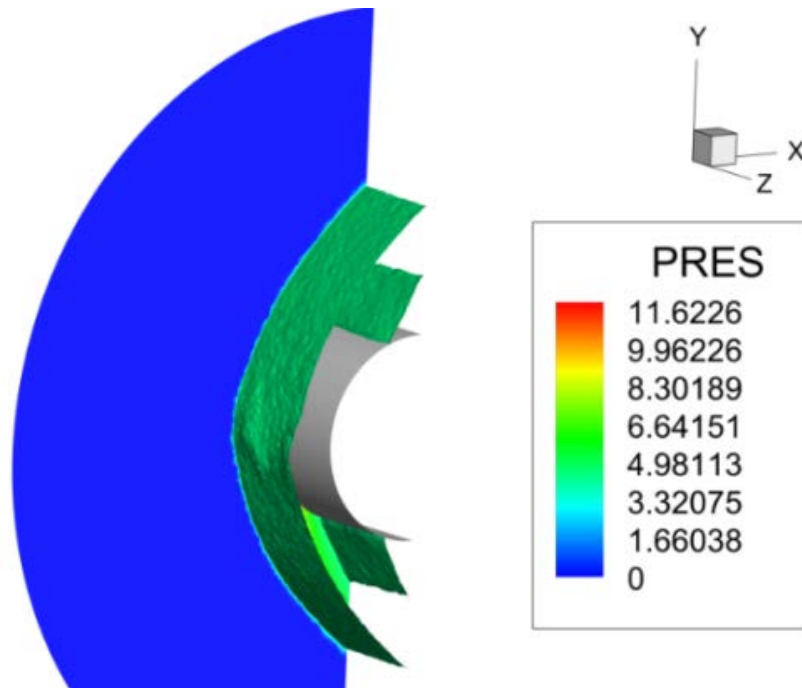


Рисунок 4.24 – Результаты численного моделирования распределения ударной волны для бесконечного цилиндра с использованием расчетного кода UST3D_AUSMPW. Давление указано в атмосферах.

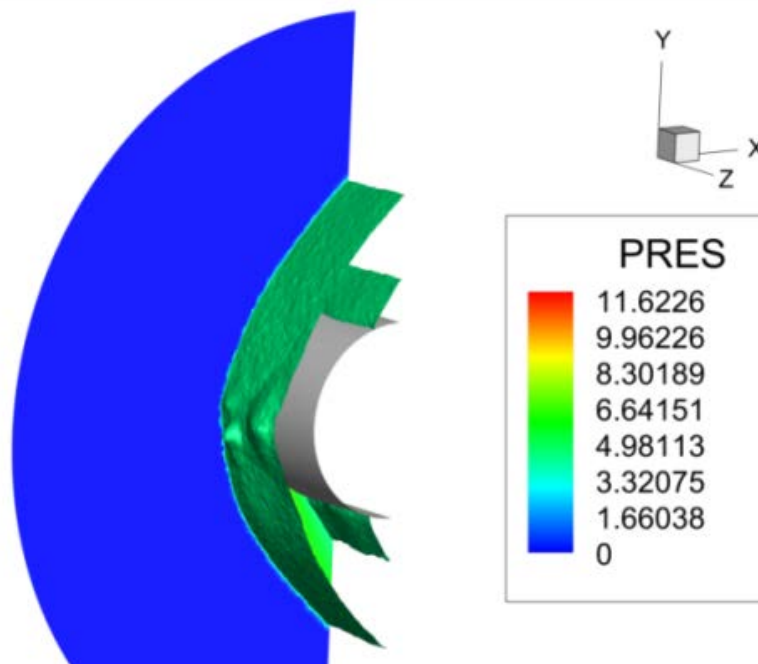


Рисунок 4.25 – Результаты численного моделирования распределения ударной волны для бесконечного цилиндра с использованием расчетного кода UST3D_AUSMUP2. Давление указано в атмосферах.

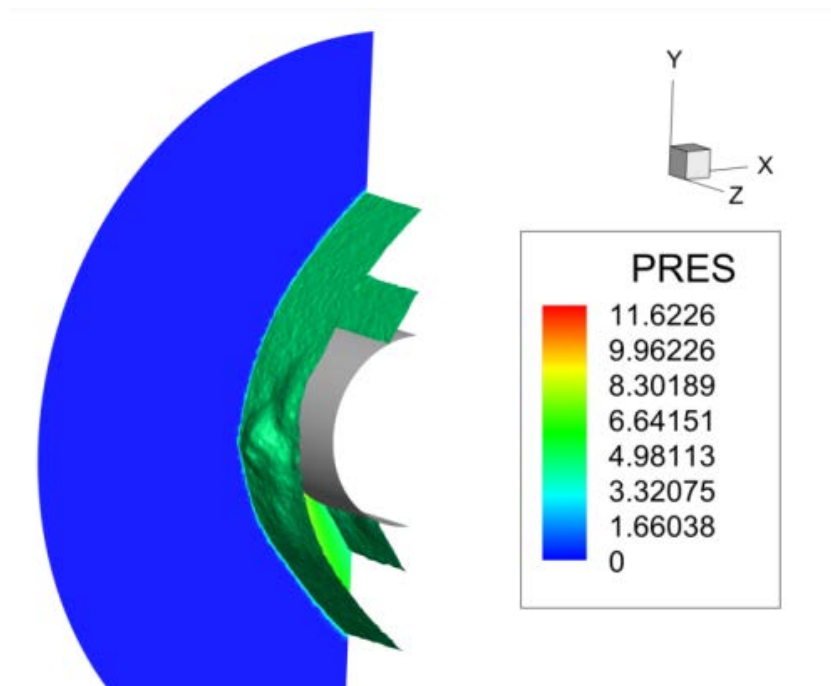


Рисунок 4.26 – Результаты численного моделирования распределения ударной волны для бесконечного цилиндра с использованием расчетного кода UST3D. Давление указано в атмосферах.

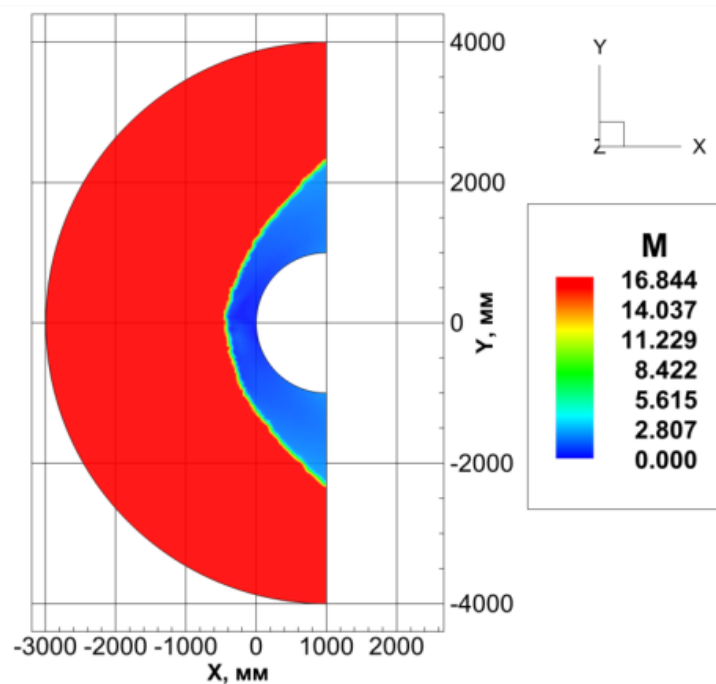


Рисунок 4.27 – Распределение чисел Маха на 2-х млн пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSM_UP2

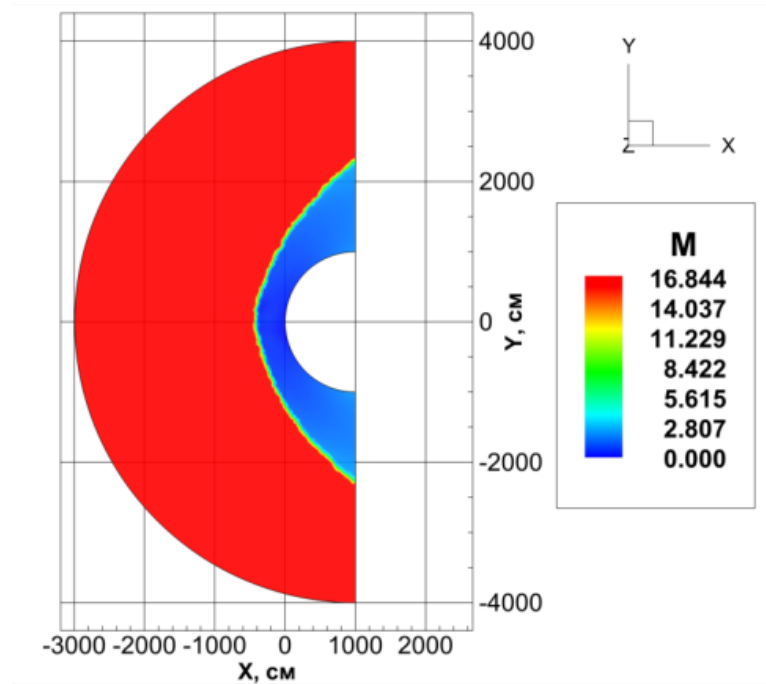


Рисунок 4.28 – Распределение чисел Маха на 2-х млн пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSMPW

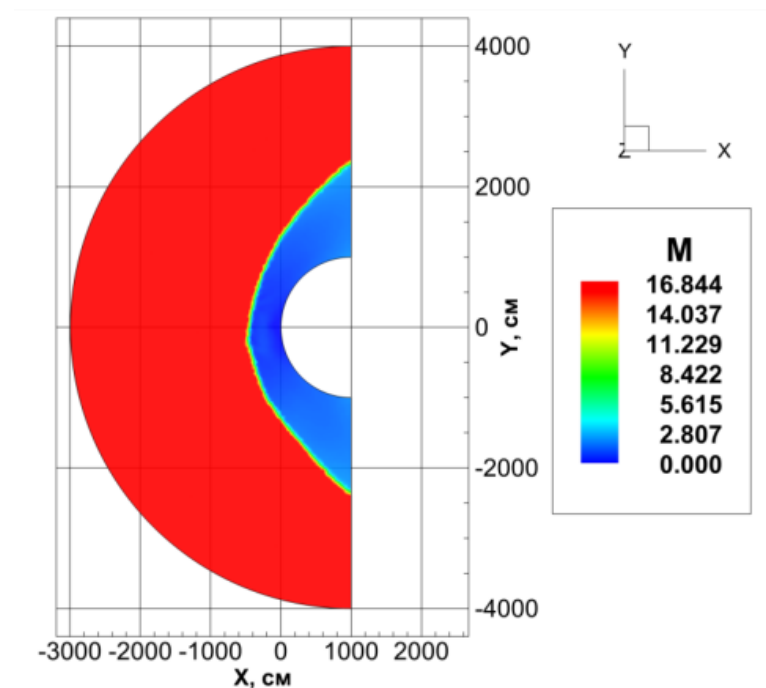


Рисунок 4.29 – Распределение чисел Маха на 2-х млн пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке в результате работы компьютерного кода UST3D

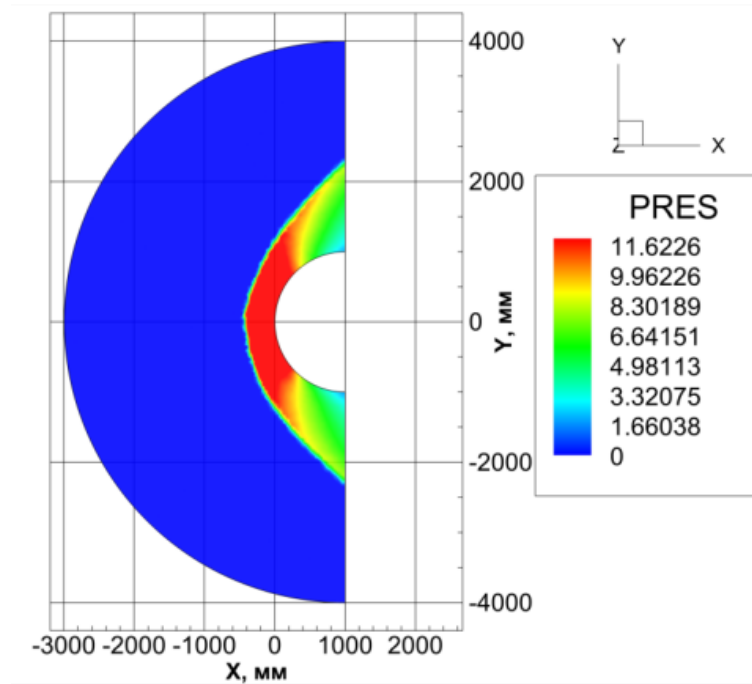


Рисунок 4.30 – Распределение давления на 2-х млн пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSM_UP2. Давление указано в атмосферах.

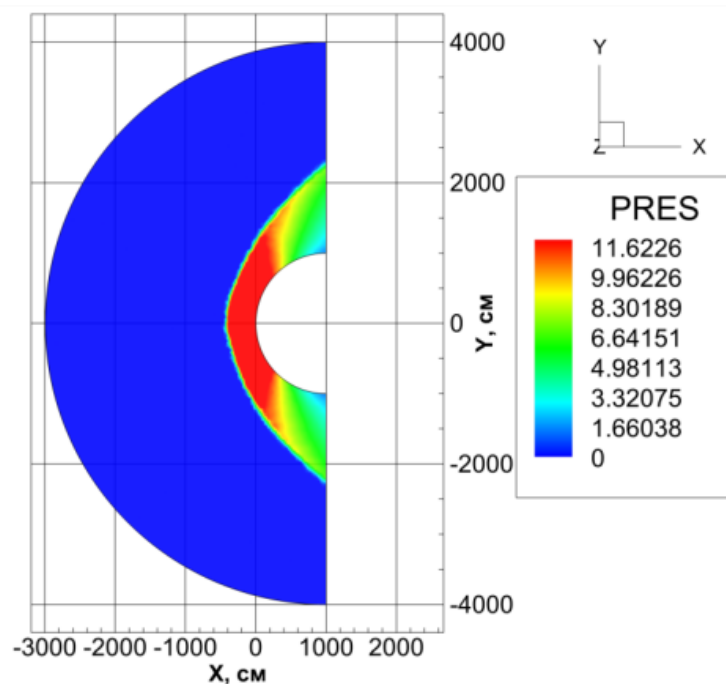


Рисунок 4.31 – Распределение давления на 2-х млн пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSMPW. Давление указано в атмосферах.

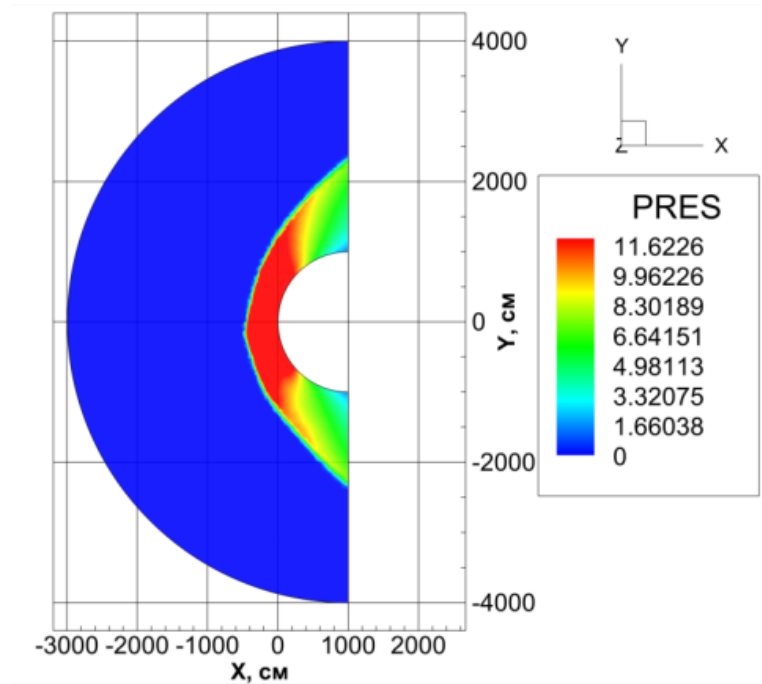


Рисунок 4.32 – Распределение давления на 2-х млн пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке в результате работы компьютерного кода UST3D. Давление указано в атмосферах.

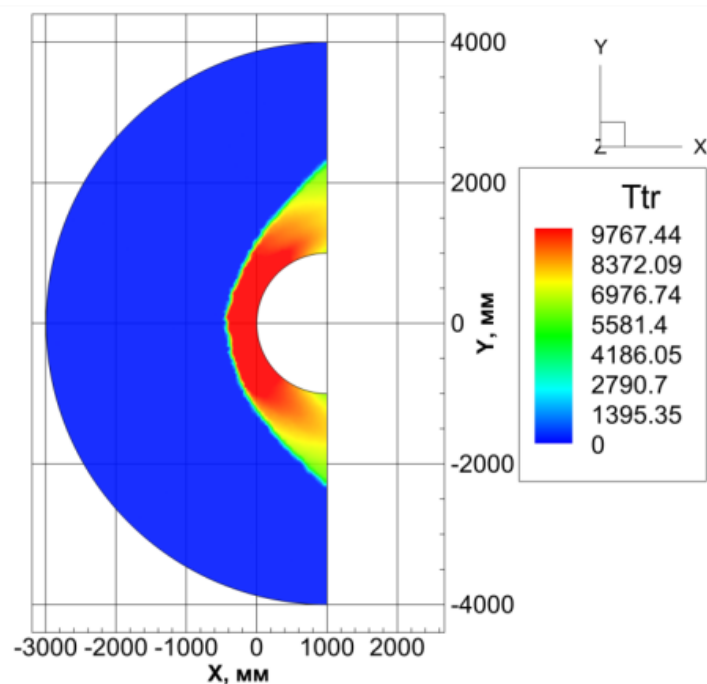


Рисунок 4.33 – Распределение температуры на 2-х млн пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSM_UP2

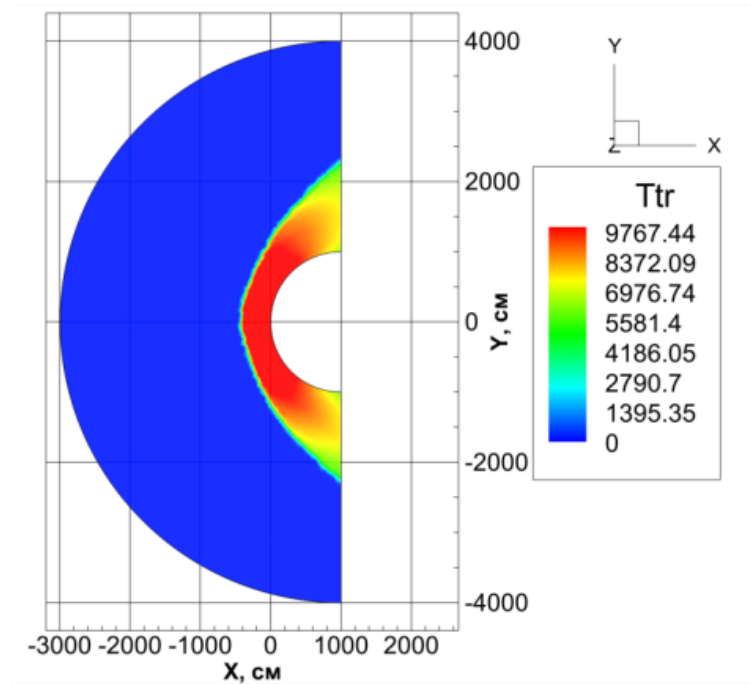


Рисунок 4.34 – Распределение температуры на 2-х млн пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSMPW

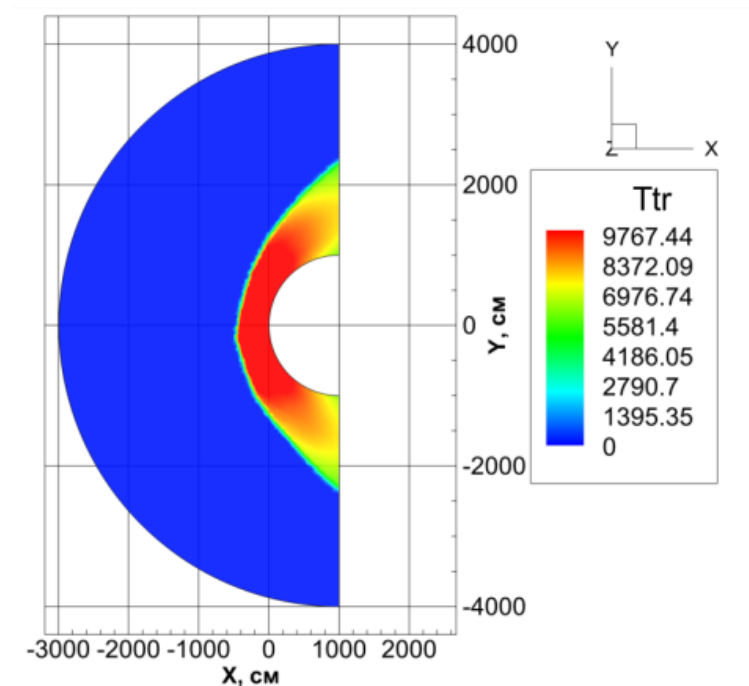


Рисунок 4.35 – Распределение температуры на 2-х млн пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке в результате работы компьютерного кода UST3D

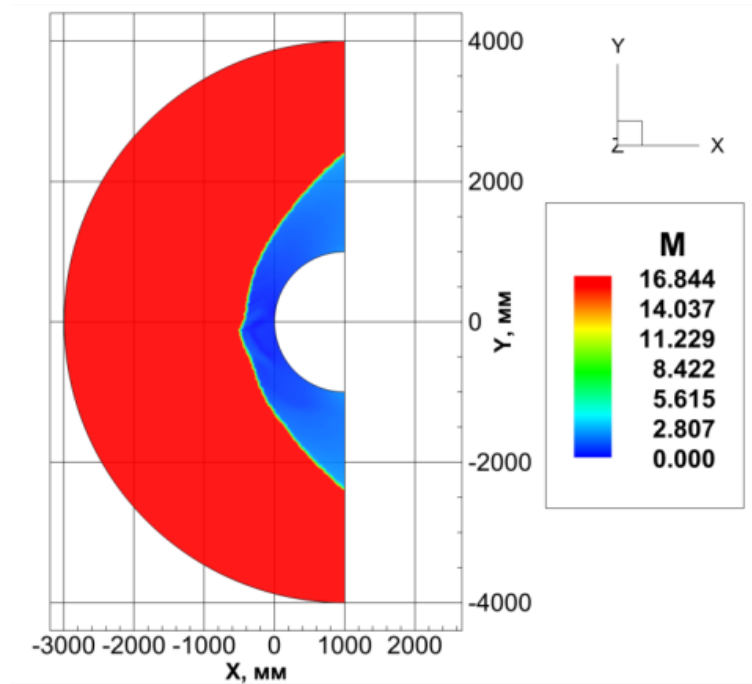


Рисунок 4.36 – Распределение чисел Маха на 8-ми млн пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSM_UP2

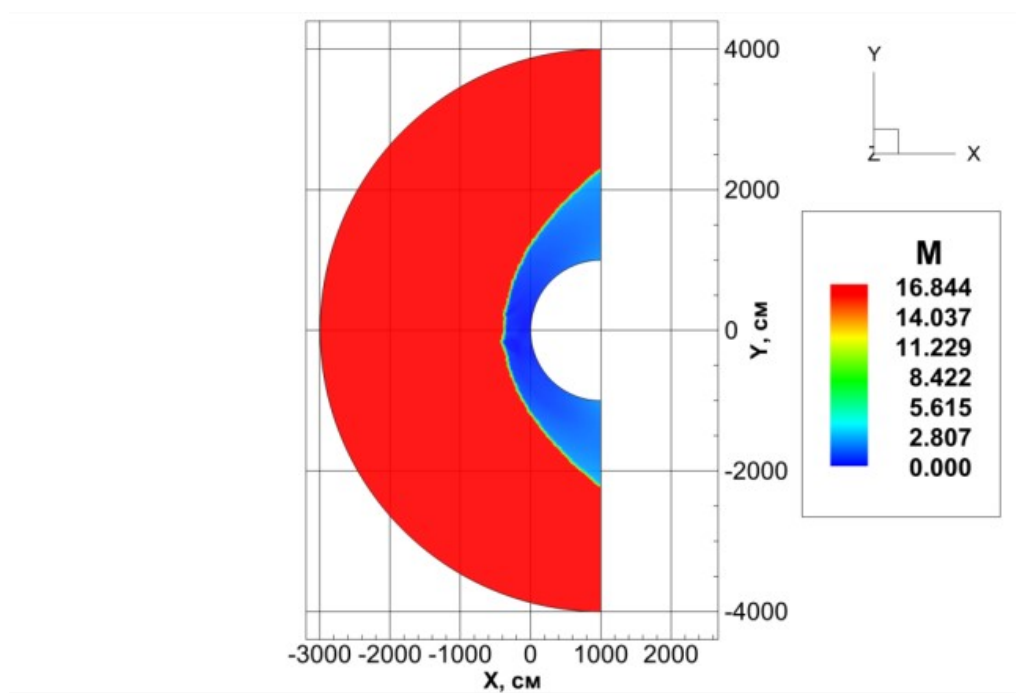


Рисунок 4.37 – Распределение чисел Маха на 8-ми млн пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSMPW

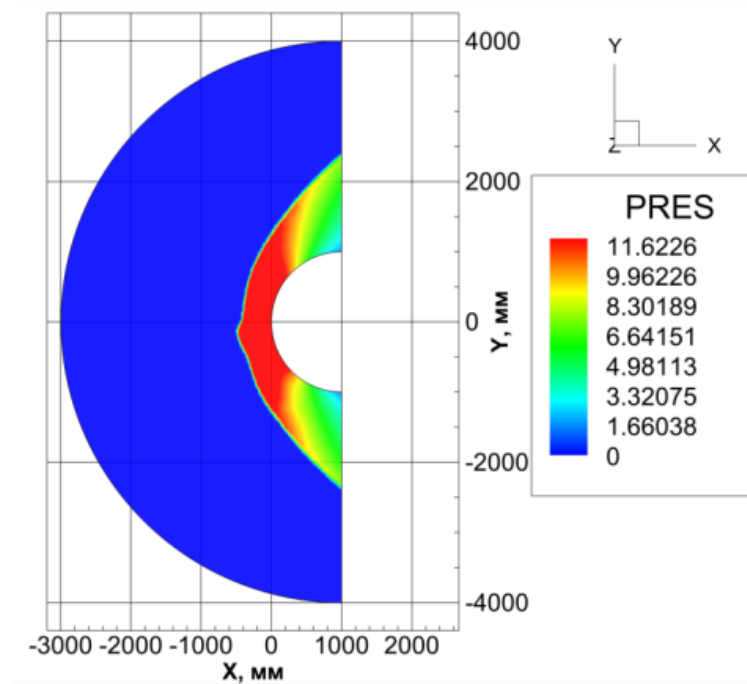


Рисунок 4.38 – Распределение давления на 8-ми млн пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSM_UP2. Давление указано в атмосферах.

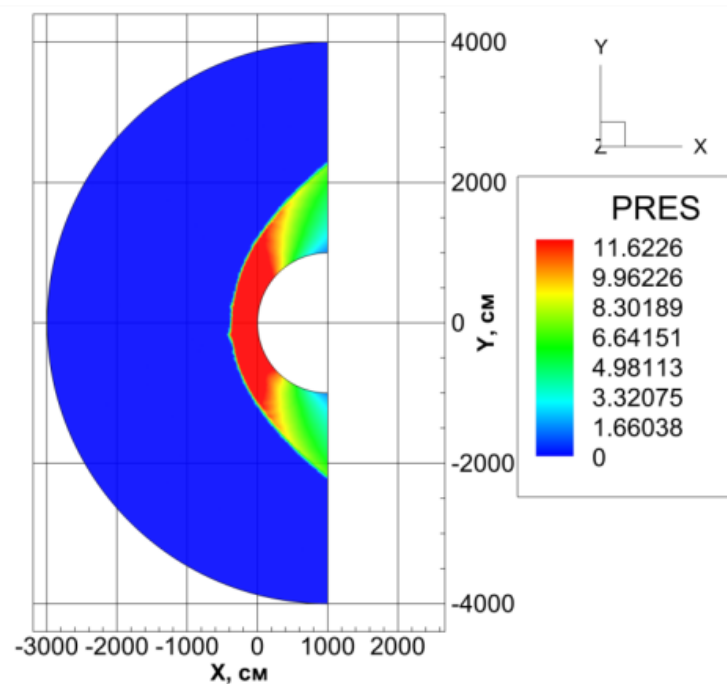


Рисунок 4.39 – Распределение давления на 8-ми млн пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSMPW. Давление указано в атмосферах.

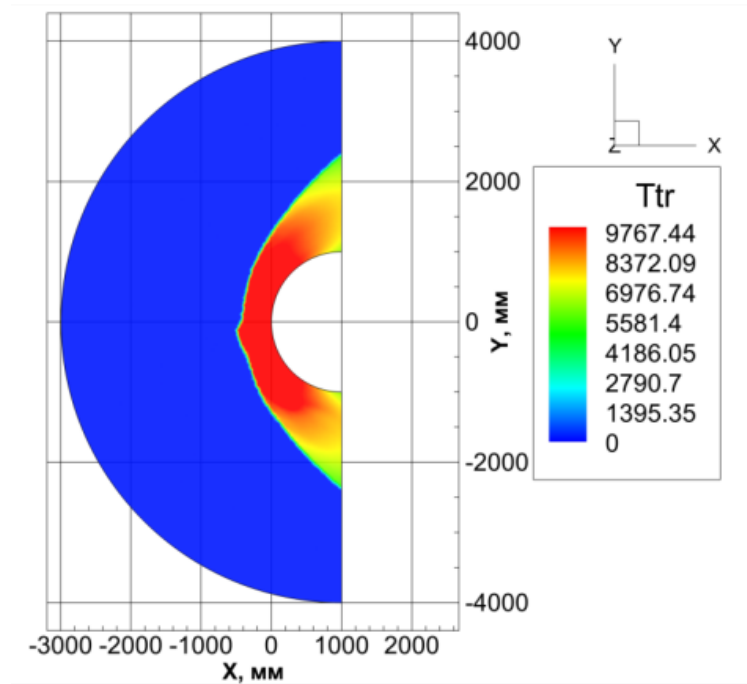


Рисунок 4.40 – Распределение температуры на 8-ми млн пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSM_UP2

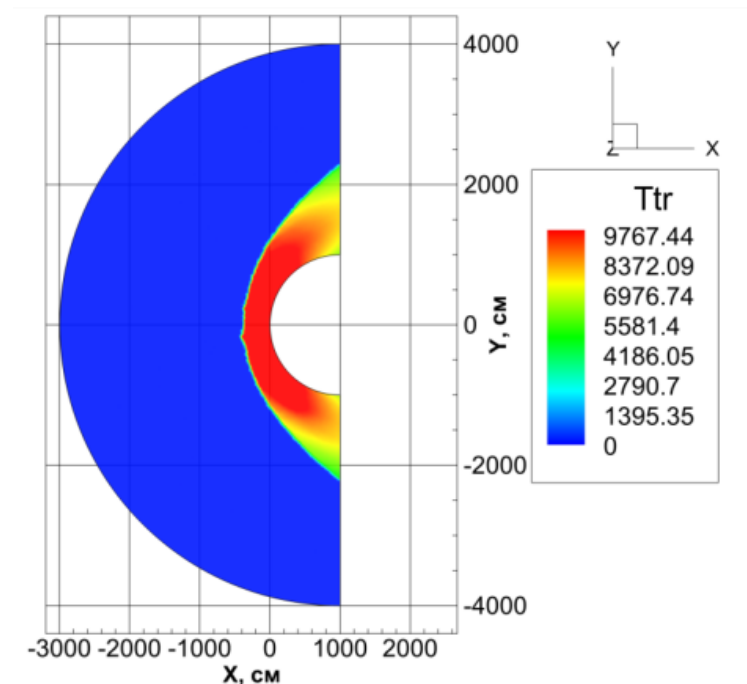


Рисунок 4.41 – Распределение температуры на 8-ми млн пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSMPW

Как видно из представленных результатов (рисунки 4.27 – 4.41), картина ударной волны для бесконечного цилиндра получается наиболее гладкой с использованием расчетного кода HySol методом AUSM \pm up (рисунок 4.23 б). Следует отметить, что картина ударной волны, полученная с использованием

компьютерного кода UST3D_AUSMPW (рисунок 4.24) получается более гладкой, чем с использованием компьютерного кода UST3D_AUSMUP2 (рисунок 4.25).

Однако, говорить о предпочтительности использования компьютерного кода UST3D_AUSMPW в части моделирования ударно-волнового взаимодействия затруднительно, так как в случае численного моделирования обтекания затупленного конуса (рисунки 4.42 – 4.49) распределение ударной волны получается схожим.

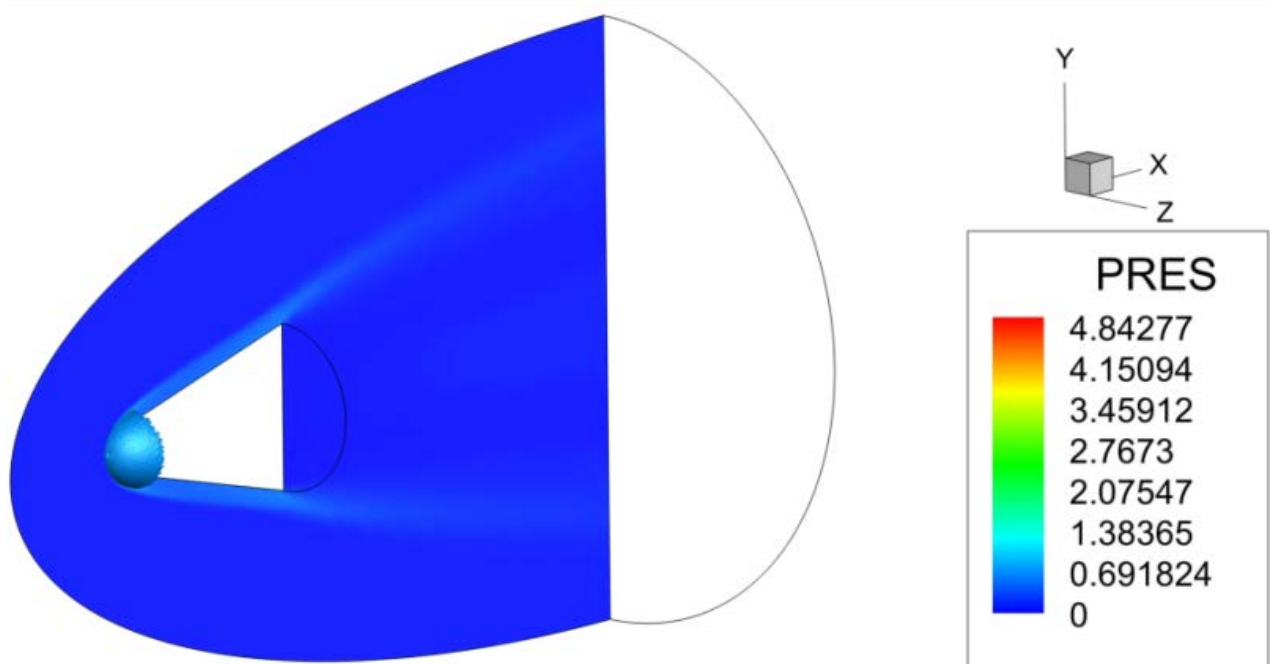


Рисунок 4.42 – Результат численного моделирования распределения ударной волны для затупленного конуса при $M = 10$ с использованием расчетного кода UST3D_AUSMPW. Давление указано в атмосферах.

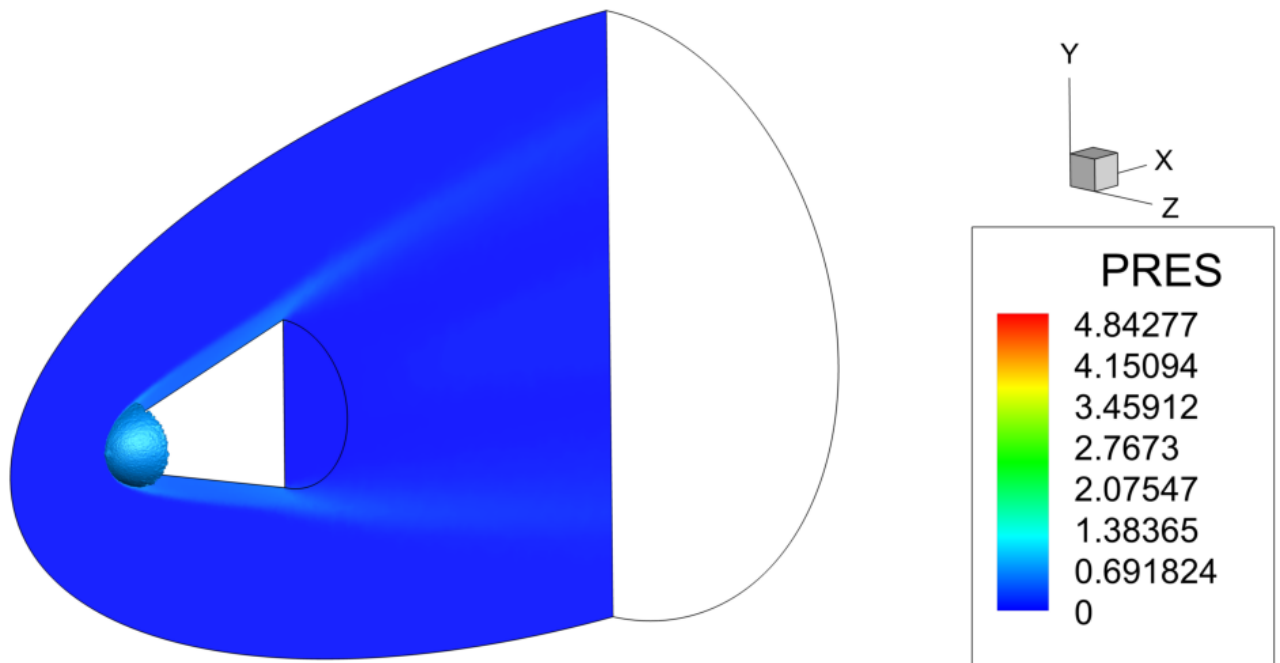


Рисунок 4.43 – Результат численного моделирования распределения ударной волны для затупленного конуса при $M = 10$ с использованием расчетного кода UST3D_AUSMUP2. Давление указано в атмосферах.

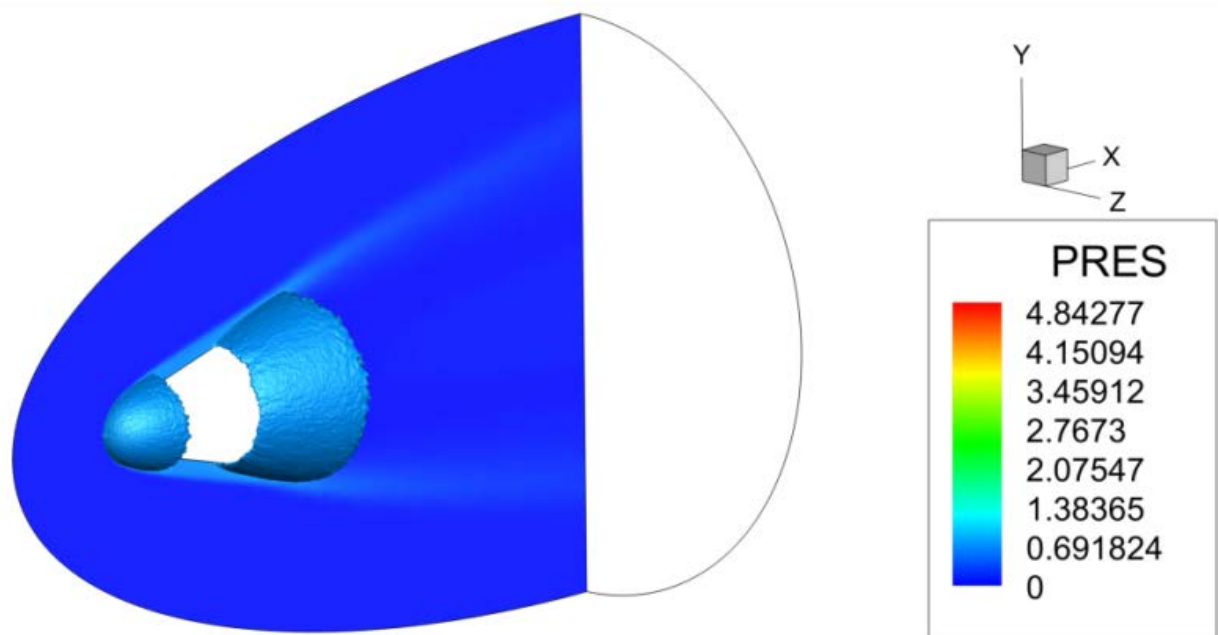


Рисунок 4.44 – Результат численного моделирования распределения ударной волны для затупленного конуса при $M = 13$ с использованием расчетного кода UST3D_AUSMPW. Давление указано в атмосферах.

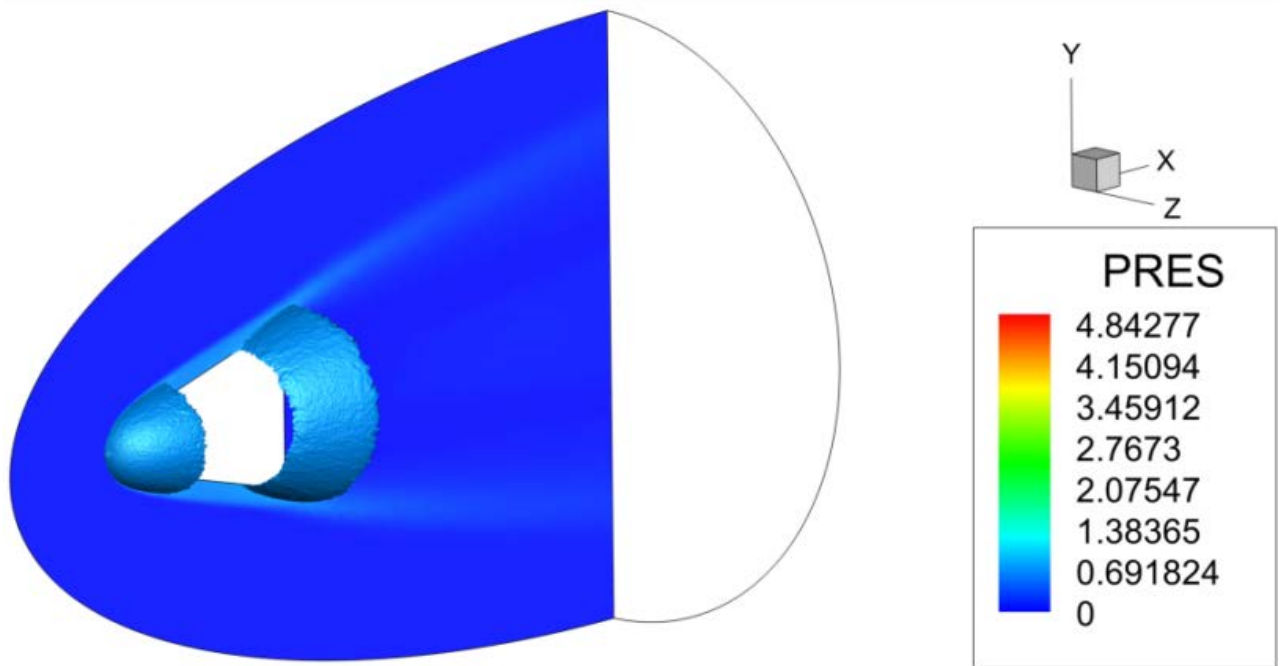


Рисунок 4.45 – Результат численного моделирования распределения ударной волны для затупленного конуса при $M = 13$ с использованием расчетного кода UST3D_AUSMUP2. Давление указано в атмосферах.

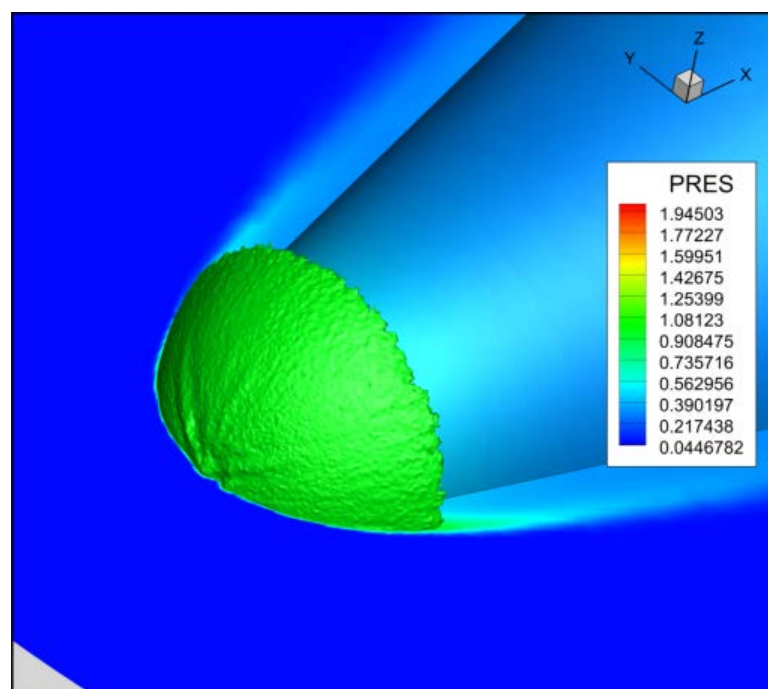


Рисунок 4.46 – Результат численного моделирования распределения ударной волны для затупленного конуса при $M = 13$ с использованием расчетных кодов UST3D_AUSMUP2. Давление указано в атмосферах.

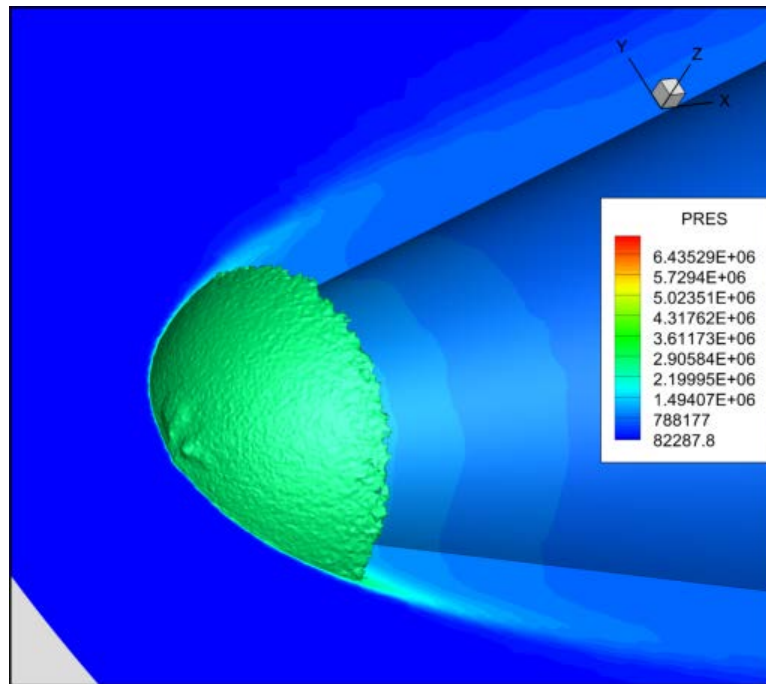


Рисунок 4.47 – Результат численного моделирования распределения ударной волны для затупленного конуса при $M = 13$ с использованием расчетных кодов UST3D. Давление указано в атмосферах.

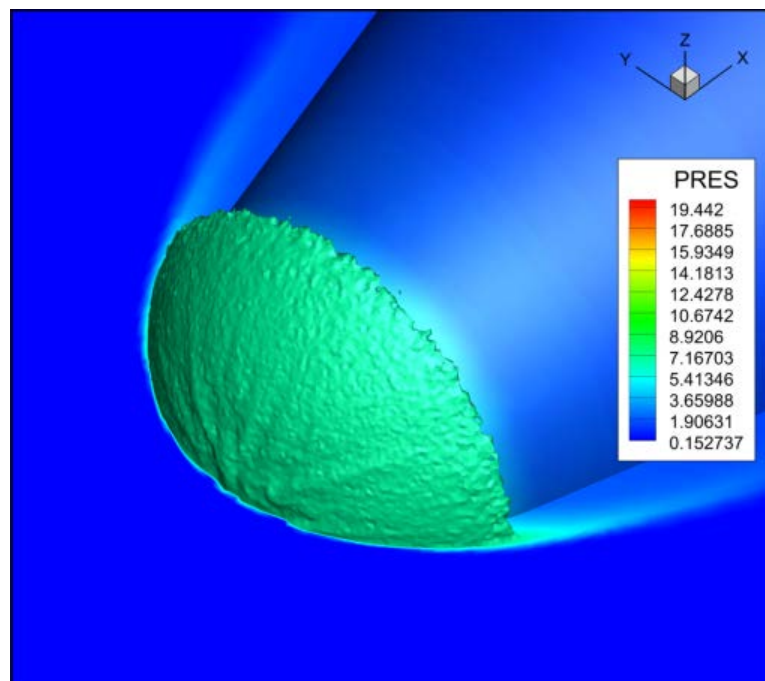


Рисунок 4.48 – Результат численного моделирования распределения ударной волны для затупленного конуса при $M = 10$ с использованием расчетных кодов UST3D_AUSMUP2. Давление указано в атмосферах.

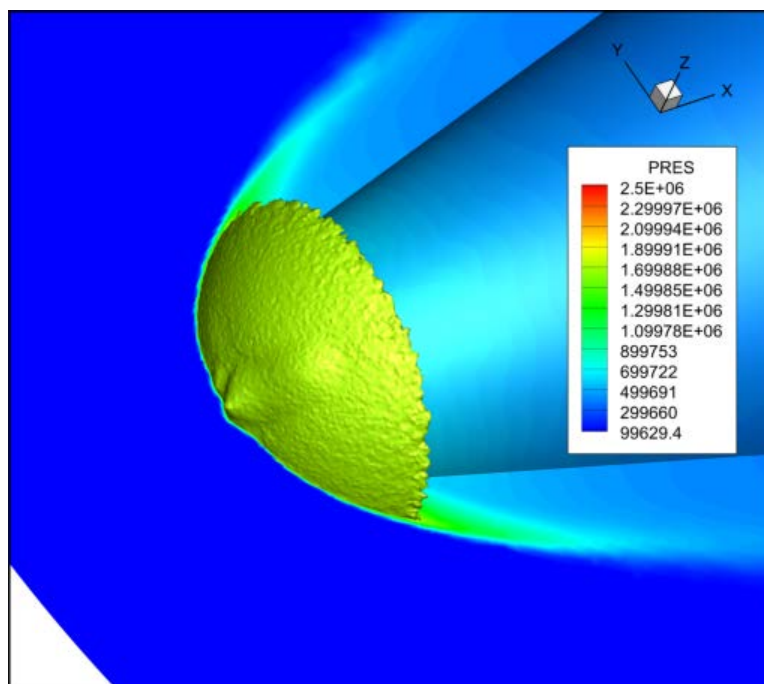


Рисунок 4.49 – Результат численного моделирования распределения ударной волны для затупленного конуса при $M = 10$ с использованием расчетных кодов UST3D. Давление указано в атмосферах.

Анализ представленных на рисунках 4.42 – 4.49 данных, позволяет сделать вывод о том, что использование приближенного вычисления потоков через грань расчетной ячейки методом AUSM $_{\pm}$ up2 позволяет стабилизировать численное решение в носовой области, но не полностью избавиться от дефектов численного решения на неструктурированных сетках.

Как показывает опыт вычислительной аэротермодинамики, также могут возникать проблемы, приводящие к завышению или занижению температуры потока в зоне отрыва (рисунки 4.50 – 4.61). Существует множество подходов для решения указанной проблемы [54, 59, 188, 55]. В данной работе рассматривается применение метода приближенного вычисления потоков через грань расчетной ячейки AUSM $_{\pm}$ up2 для устранения данной проблемы.

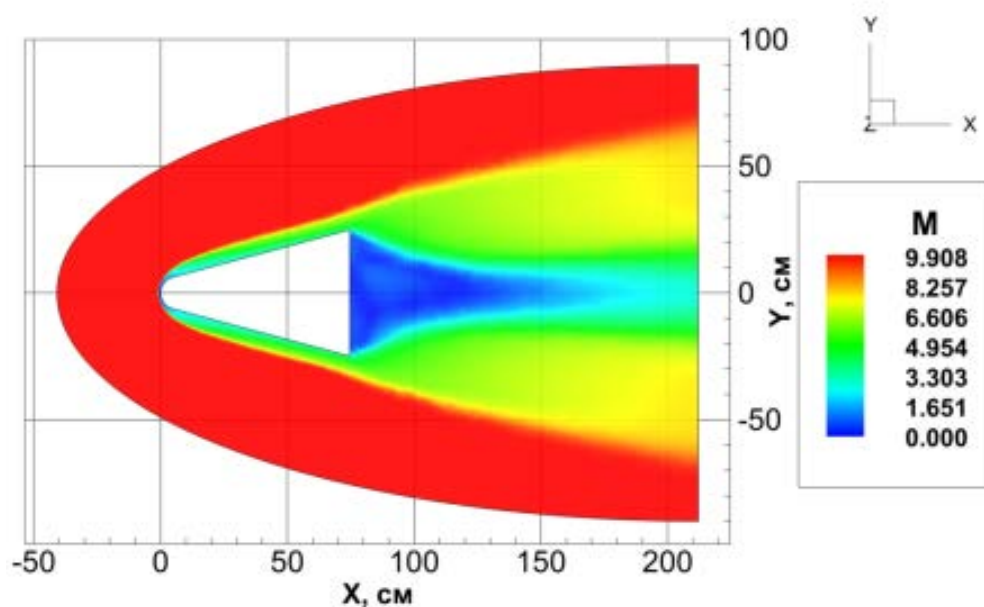


Рисунок 4.50 – Распределение чисел Маха на пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке при $M = 10$ в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSMPW

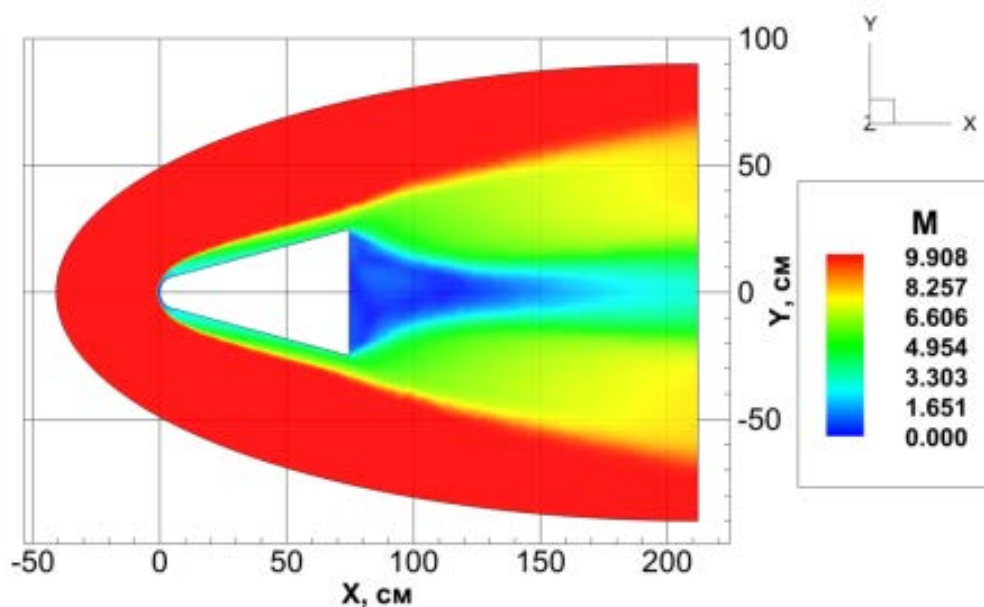


Рисунок 4.51 – Распределение чисел Маха на пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке при $M = 10$ в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSM_UP2

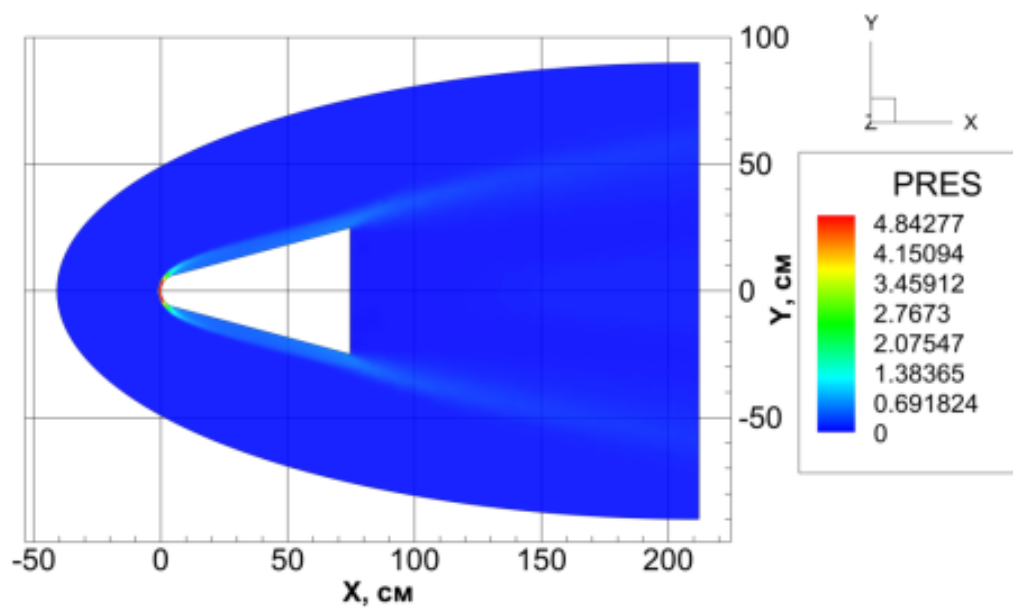


Рисунок 4.52 – Распределение давления на пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке при $M = 10$ в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSMPW

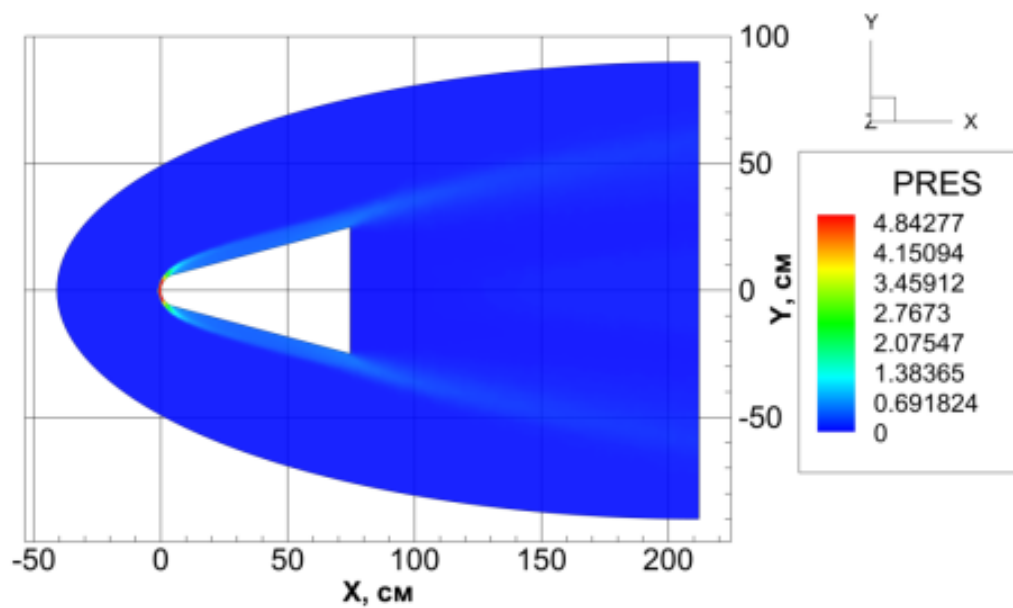


Рисунок 4.53 – Распределение давления на пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке при $M = 10$ в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSM_UP2

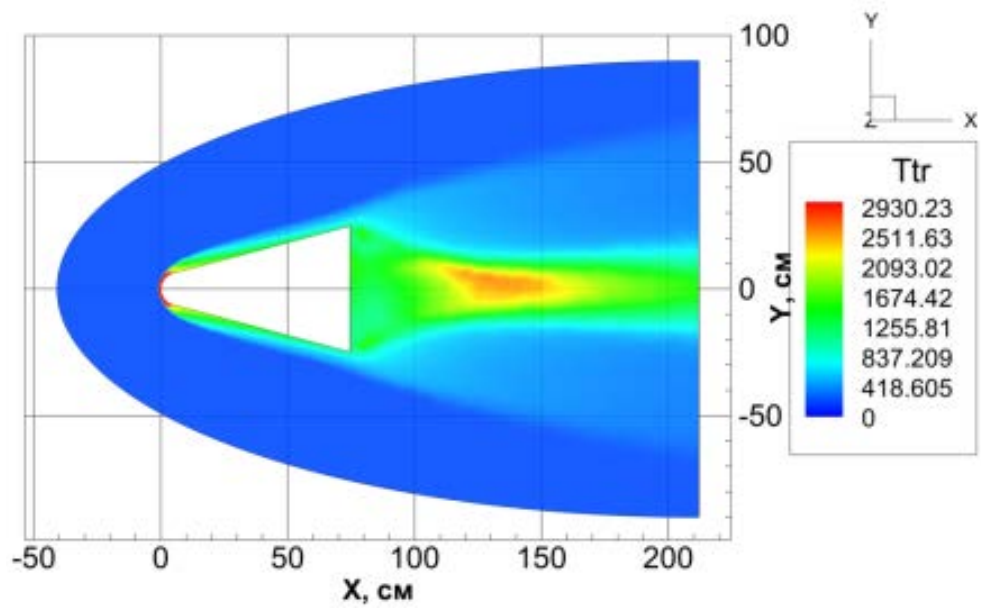


Рисунок 4.54 – Распределение температуры на пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке при $M = 10$ в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSMPW

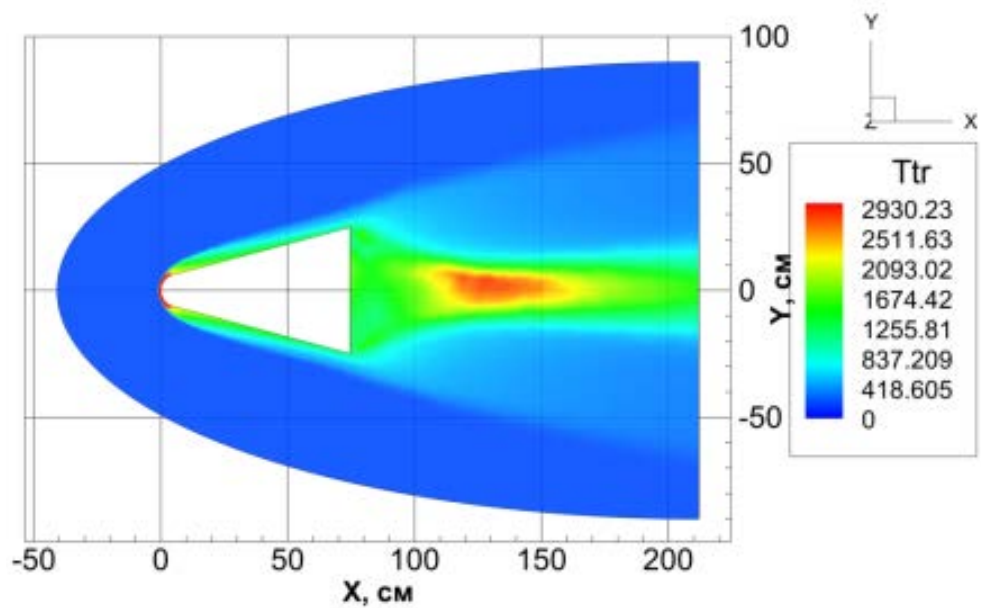


Рисунок 4.55 – Распределение температуры на пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке при $M = 10$ в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSM_UP2

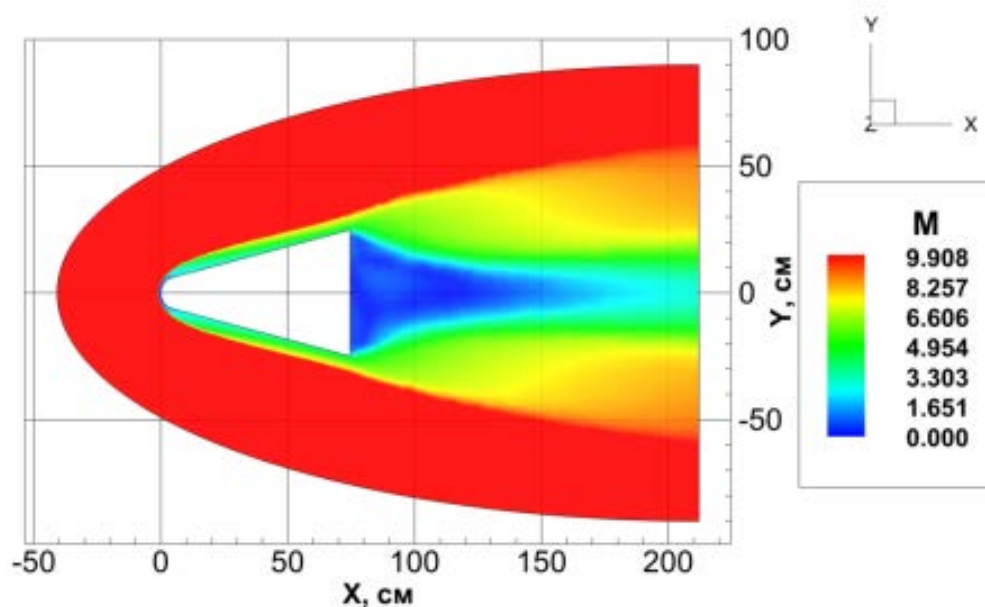


Рисунок 4.56 – Распределение чисел Маха на пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке при $M = 13$ в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSMPW

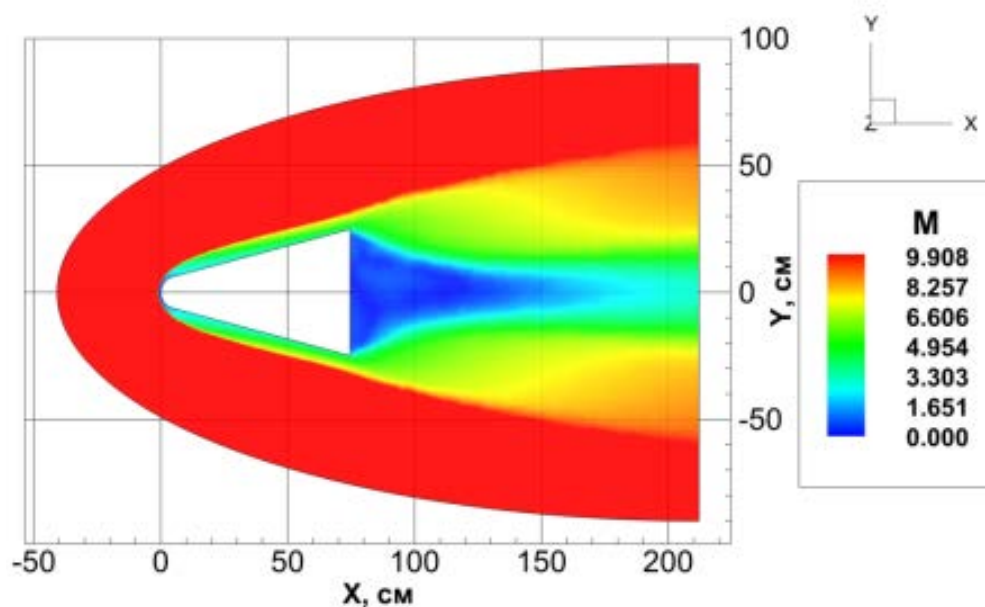


Рисунок 4.57 – Распределение чисел Маха на пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке при $M = 13$ в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSM_UP2

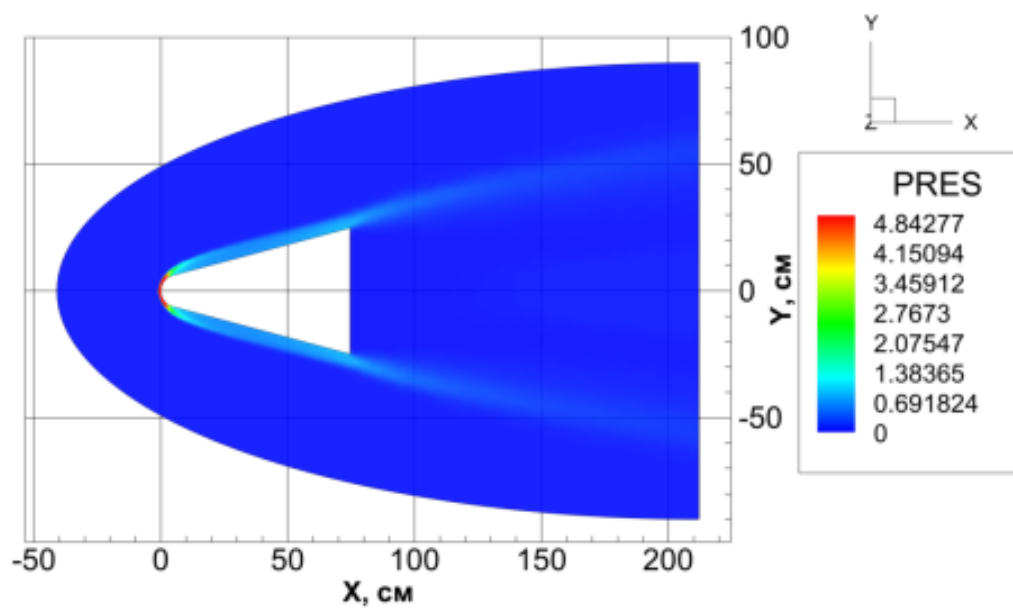


Рисунок 4.58 – Распределение давления на пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке при $M = 13$ в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSMPW

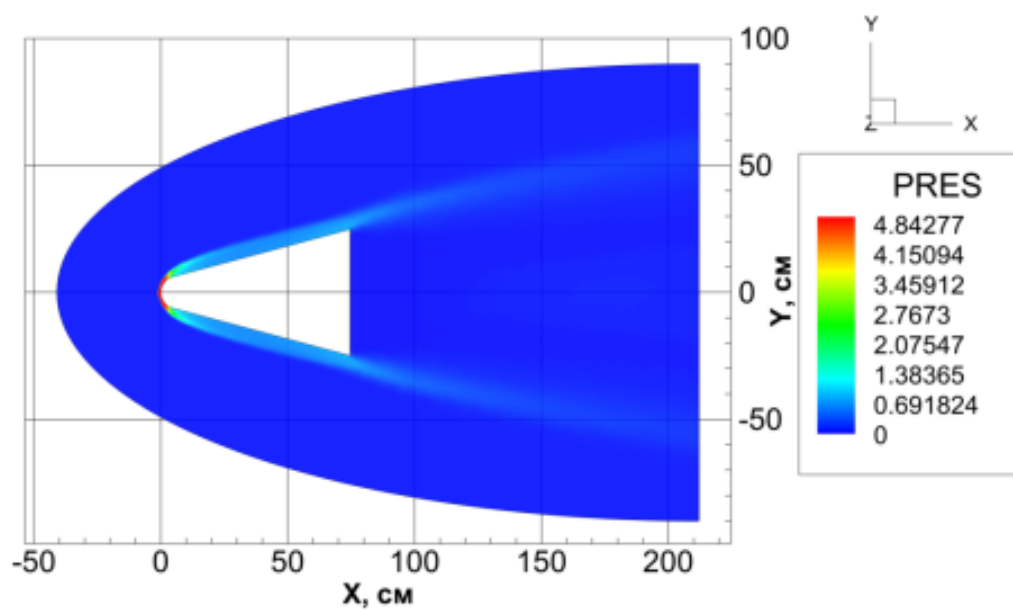


Рисунок 4.59 – Распределение давления на пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке при $M = 13$ в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSM_UP2

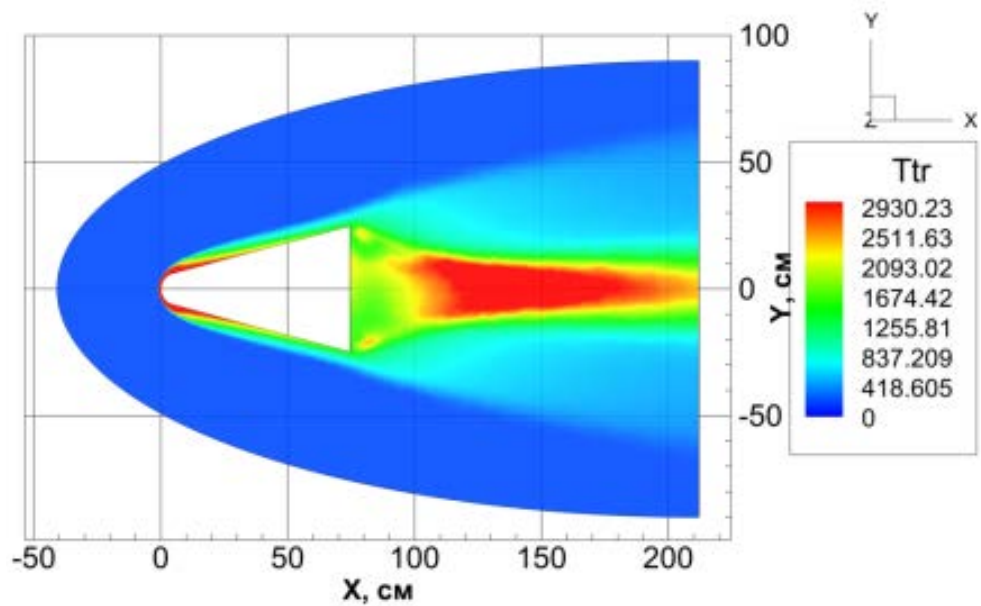


Рисунок 4.60 – Распределение температуры на пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке при $M = 13$ в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSMPW

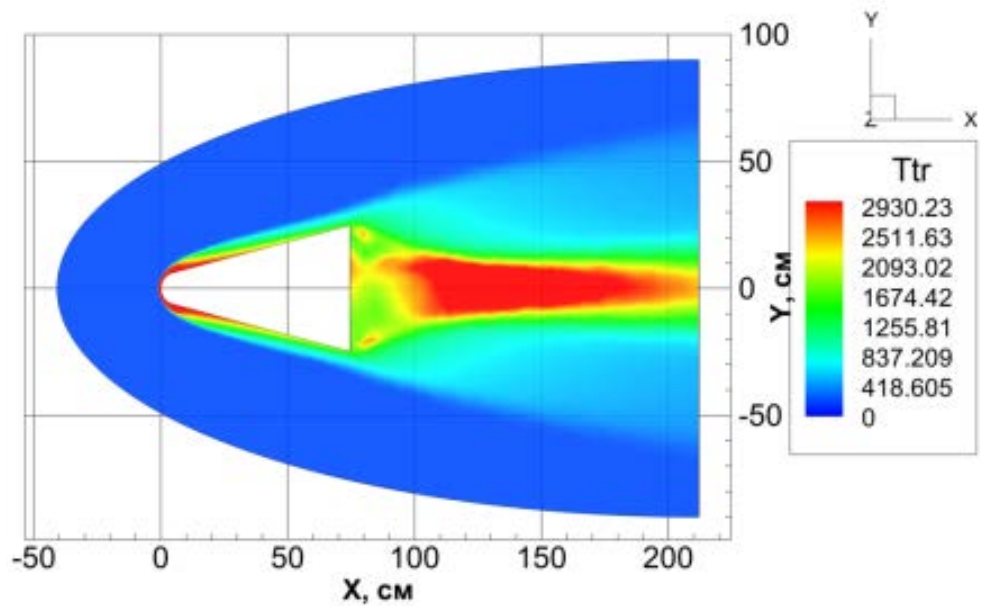


Рисунок 4.61 – Распределение температуры на пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке при $M = 13$ в результате работы компьютерного кода UST3D_AUSM_UP2

Анализ представленных на рисунках 4.50 – 4.61 данных, позволяет сделать вывод о том, что использование приближенного вычисления потоков через грань расчетной ячейки методом AUSM \pm up2 позволяет решить проблему, приводящую

к завышению или занижению температуры потока в зоне отрыва.

4.4. Численное моделирование обтекания модели HiFiRE-1 высокоскоростным потоком газа

В процессе разработки перспективных высокоскоростных летательных аппаратов необходимо определение аэродинамических характеристик, особенностей обтекания интегральных компоновок ВЛА в том числе с прямоточными воздушно-реактивными двигателями и физико-химических процессов внутри конструкций и их элементов. С этой целью выполняется комплекс экспериментальных и расчетно-теоретических исследований. Одним из примеров подобного рода исследований служит программа HiFire, к реализации которой привлечены были привлечены пять научно-исследовательских центров NASA, ведущие университеты Австралии и США, центр CUBRC, Объединенный технологический исследовательский центр, подразделение «Фантом Уокс» и др. В процессе эксперимента полезный груз с помощью двухступенчатого ускорителя «Террьер-Орион» выводится на высоту порядка 290 км, а затем входит в атмосферу на режиме крутого пикирования, достигая расчетного числа 4...8 М. В процессе спуска выполняются основные измерения.

Расчет динамики невязкого теплопроводного газа при обтекании виртуальной модели экспериментального летательного аппарата HiFiRE-1 проводился с использованием компьютерного кода UST3D_AUSMUP2, в котором реализован метод расщепления по физическим процессам, в трехмерной постановке, изложенный во второй главе. В расчетах использовалась модель совершенного газа, при $\gamma = 1.4$.

Условия набегающего потока воздуха соответствовали высоте $H = 30$ км и значения числа Маха $M = 6,58$. Параметры атмосферы Земли соответствующие данным высотам приведены в таблице 4.3, постановка задачи представлена на рисунке 4.62.

Моделирование проводилось при условии теплоизолированной стенки.

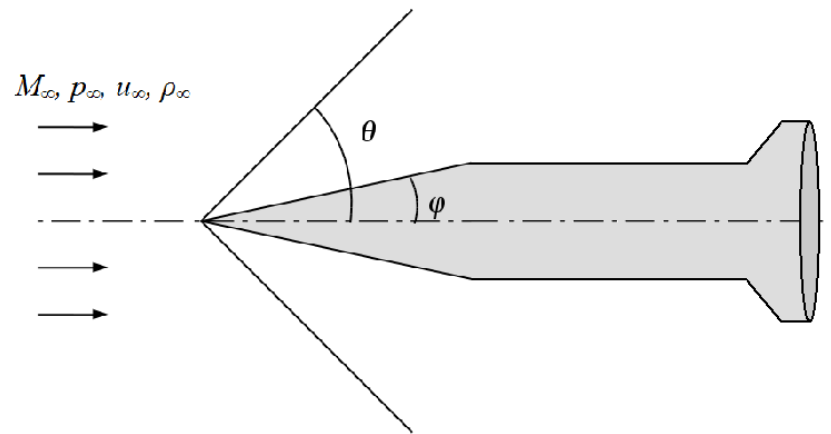


Рисунок 4.62 – Постановка задачи обтекания модели экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1

Таблица 4.3 – Исходные данные для расчета и свойства набегающего потока на высоте 30 км

Модель	$P_\infty \cdot 10^4$, эрг/см ³	T_∞ , К	T_w , К	M_∞	γ	α
HIFiRE-1	7,73	214,4	300,0	6,58	1,4	0
	7,73	214,4	300,0	6,58	1,4	5

Для исследования аэротермодинамики виртуальной модели экспериментального летательного аппарата использовались пространственные неструктурированные тетраэдральные сетки.

Для сравнения использовались результаты расчетов, полученные с помощью авторского компьютерного кода UST3D_AUSMPW.

Результаты расчетов полей числа Маха, давления, плотности и температуры, а также результаты сравнения распределения числа Маха и плотности вдоль поверхности геометрии представлены на рисунках 4.63 – 4.66.

Как отмечалось выше и показывает опыт вычислительной аэротермодинамики, могут возникать проблемы, приводящие к завышению или занижению температуры потока в зоне отрыва. Существует множество подходов для решения указанной проблемы [54, 59, 188, 55], но для данной конфигурации изменение поля течения в зоне отрыва не оказывает существенного влияния на аэродинамические характеристики исследуемого тела.

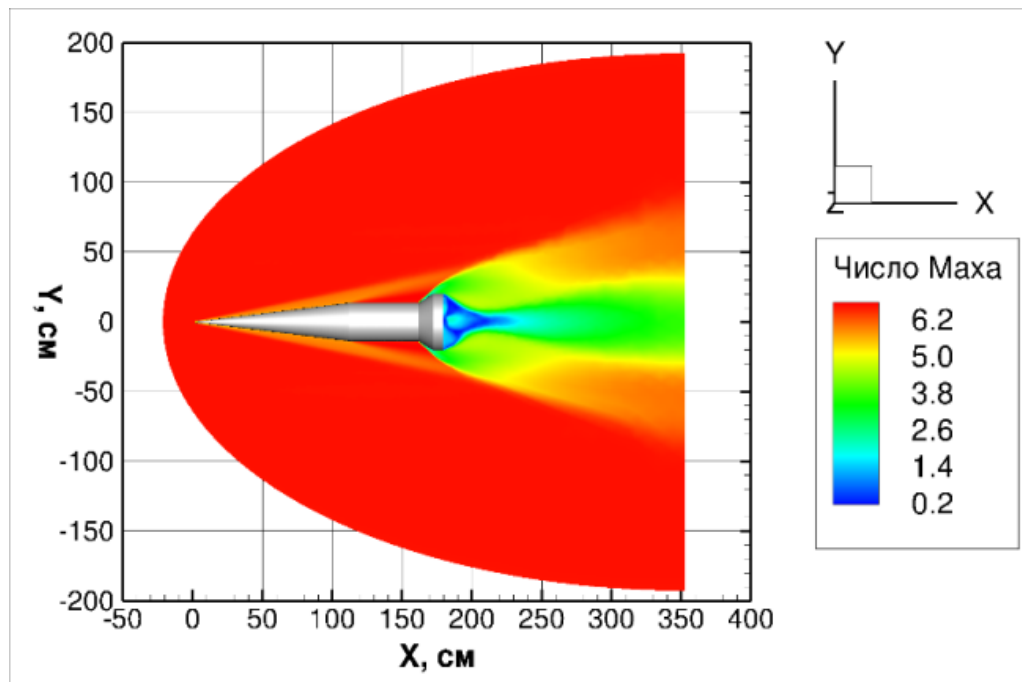


Рисунок 4.63 – Распределение числа Маха на пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке при $\alpha = 0$

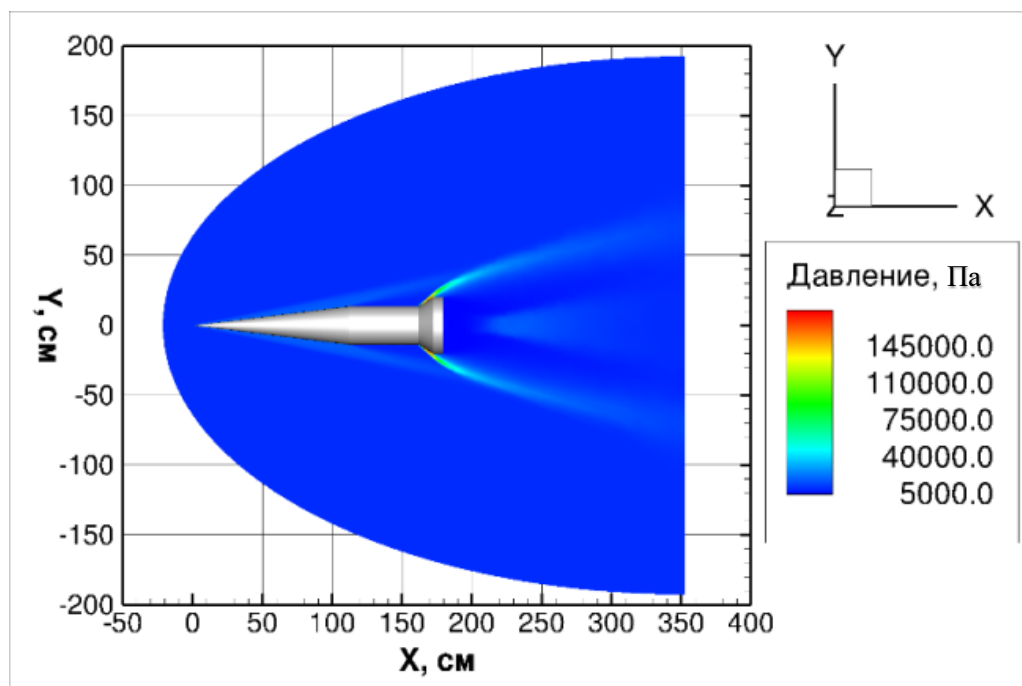


Рисунок 4.64 – Распределение давления на пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке при $\alpha = 0$

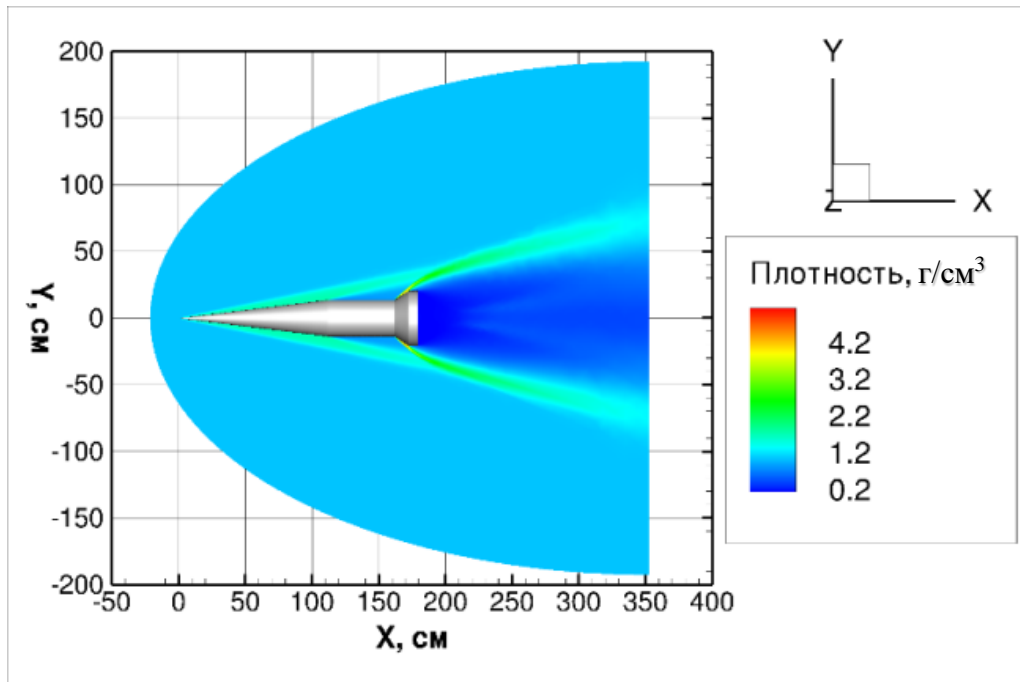


Рисунок 4.65 – Распределение плотности на пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке при $\alpha = 0$

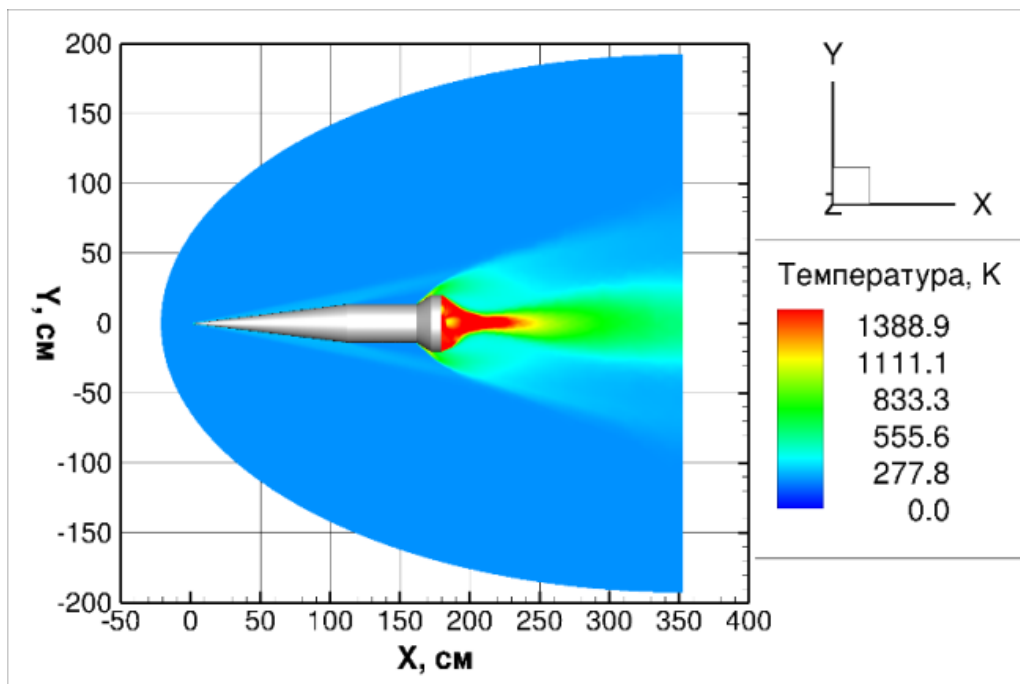


Рисунок 4.66 – Распределение температуры на пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке при $\alpha = 0$

На рисунках 4.67 – 4.74 приведены результаты численного моделирования, полученные с помощью компьютерного кода UST3D_AUSMUP2 с UST3D_AUSMPW. Как видно из графиков, поведение распределений числа Маха, давления, плотности и температуры в целом соответствуют результатам, полученным с помощью компьютерного кода UST3D_AUSMPW, хотя имеются

некоторые расхождения в отдельных областях.

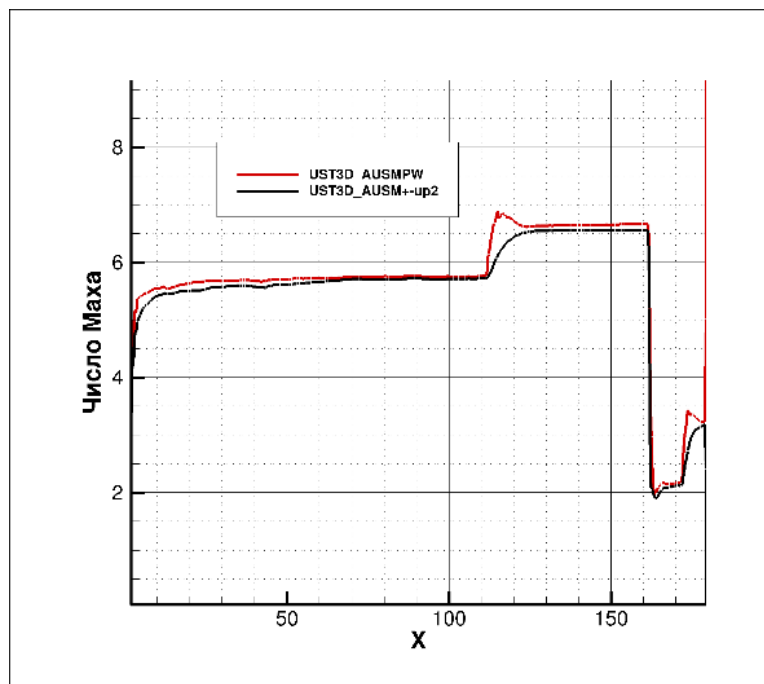


Рисунок 4.67 – Сравнение результатов, полученных с помощью разработанного компьютерного кода с результатами компьютерного кода UST3D_AUSMPW [67] для числа Маха при нулевом угле атаки

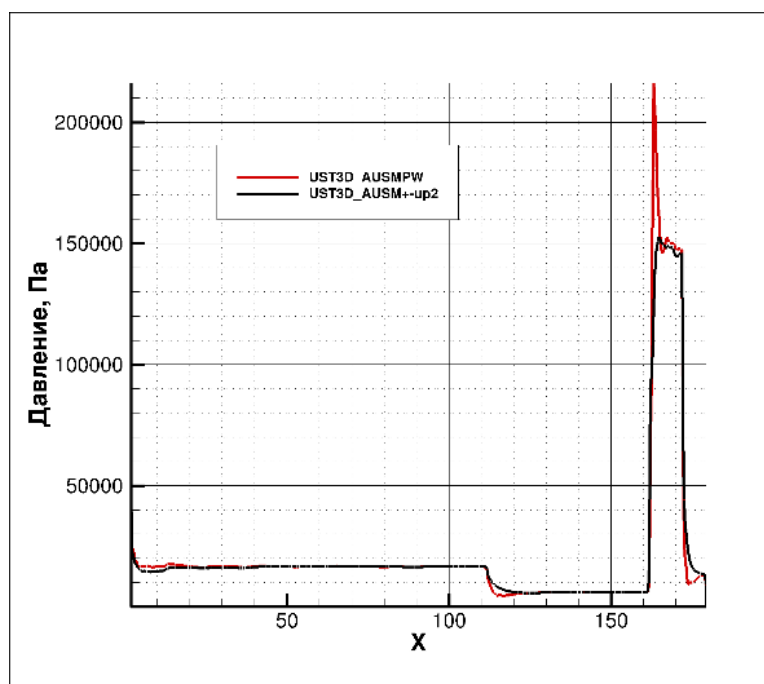


Рисунок 4.68 – Сравнение результатов, полученных с помощью разработанного компьютерного кода с результатами компьютерного кода UST3D_AUSMPW [67] для давления при нулевом угле атаки

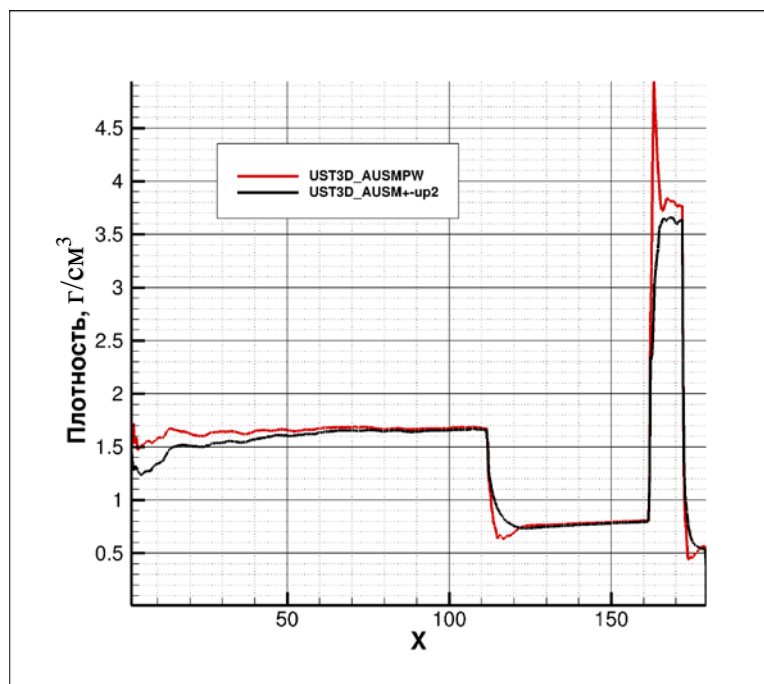


Рисунок 4.69 – Сравнение результатов, полученных с помощью разработанного компьютерного кода с результатами компьютерного кода UST3D_AUSMPW [67] для плотности при нулевом угле атаки

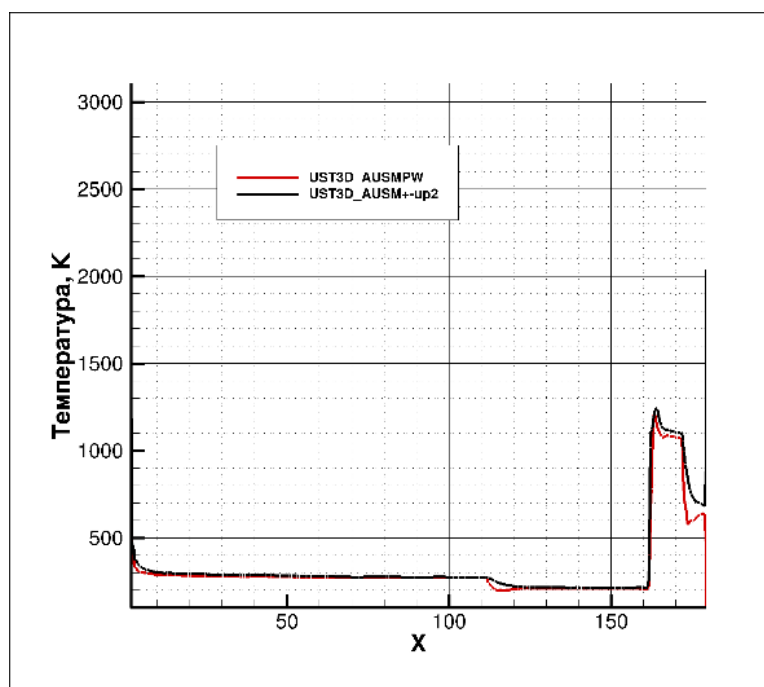


Рисунок 4.70 – Сравнение результатов, полученных с помощью разработанного компьютерного кода с результатами компьютерного кода UST3D_AUSMPW [67] для температуры при нулевом угле атаки

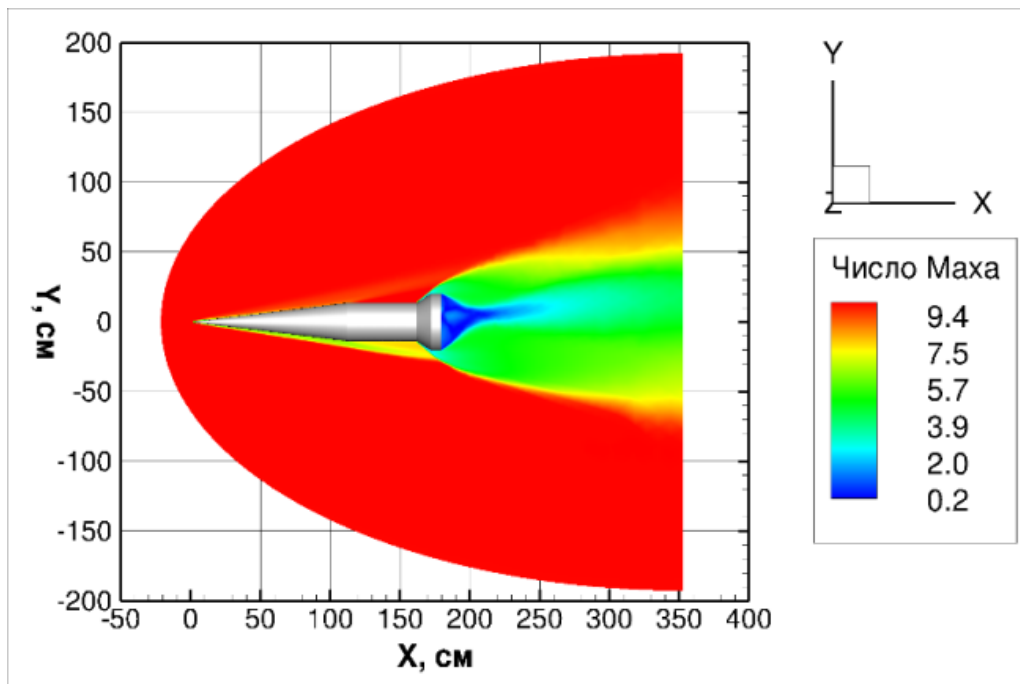


Рисунок 4.71 – Распределение числа Маха на пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке при $\alpha = 5$

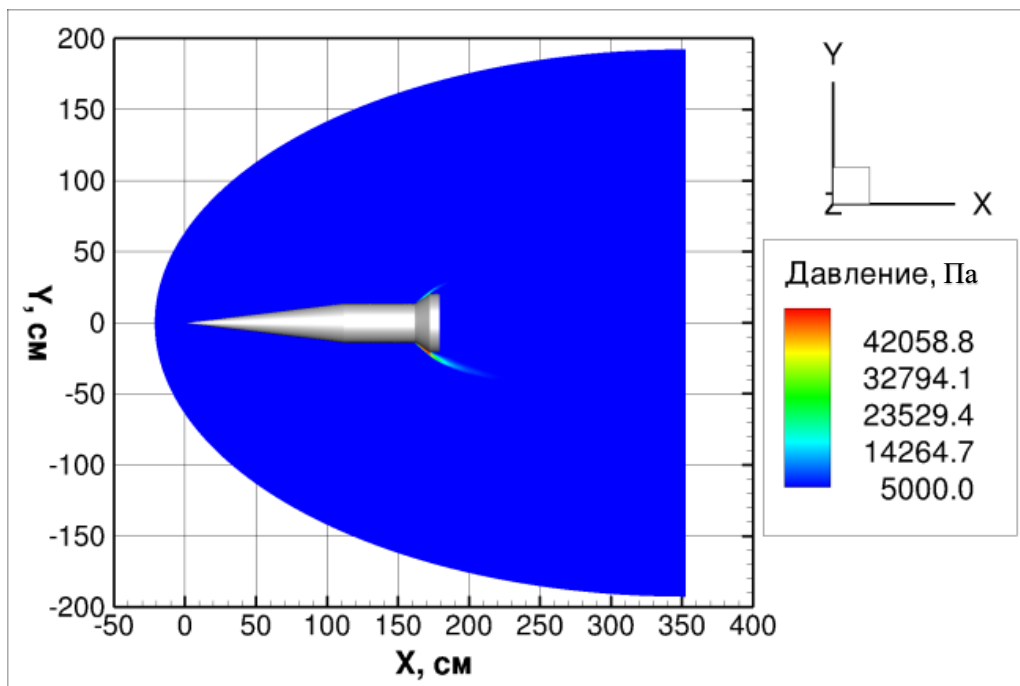


Рисунок 4.72 – Распределение давления на пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке при $\alpha = 5$

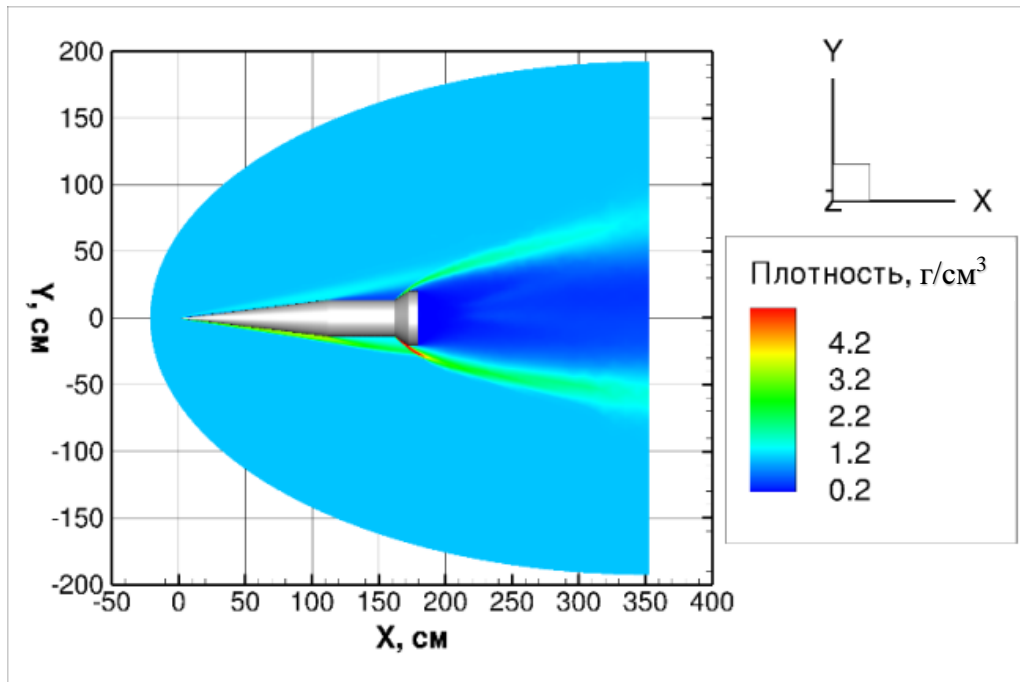


Рисунок 4.73 – Распределение плотности на пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке при $\alpha = 5$

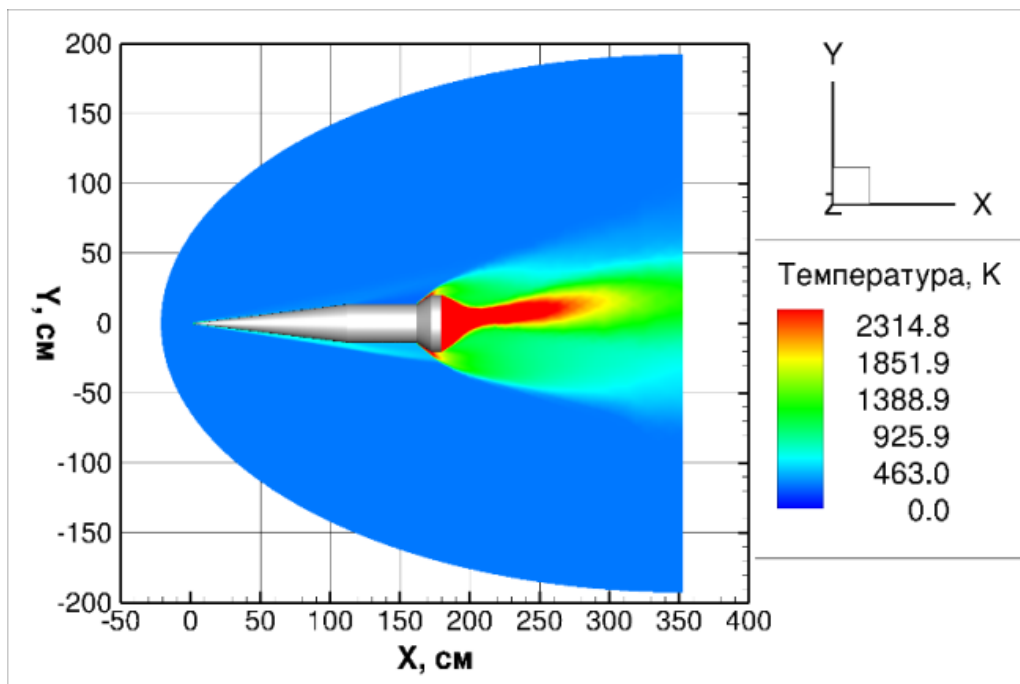


Рисунок 4.74 – Распределение температуры на пространственной неструктурированной тетраэдральной расчетной сетке при $\alpha = 5$

Из рисунков 4.71 – 4.74 видно, что с увеличением угла атаки скорость потока воздуха в ударной волне растет с подветренной стороны и снижается с наветренной стороны фюзеляжа. Также из рисунка видно, что в области 129 расширения хвостовой части скорость воздушного потока заметно падает, а вдоль цилиндрической части достигает максимального значения из-за образования

второй ударной волны в области перехода конусной части фюзеляжа в цилиндрическую.

4.5. Численное моделирование теплового баланса на примере модели экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1

В настоящем разделе описывается пример сопряженного решения задач аэротермодинамики и теплового баланса с применением пространственных неструктурированных тетраэдральных расчетных сеток.

Особый интерес при решении сопряженной задачи аэротермодинамики и теплового баланса представляет распределение тепла в твердом теле в зависимости от теплового потока, воздействующего на внешнюю поверхность исследуемого объекта, и количества с расположением материалов.

В качестве результатов расчета приводятся распределения температуры по всей расчетной области.

Для решения задачи на основе данных из [116] в САПР SolidWorks были сформированы упрощенная компьютерная геометрия модели HIFiRE-1 (рисунок 4.76), со внутренней стенкой толщины $h = 40,0$ мм (рисунок 4.75), и компьютерная геометрия конуса (рисунок 4.77), затупленного по сфере, с внутренней стенкой толщины $h = 40,0$ мм.

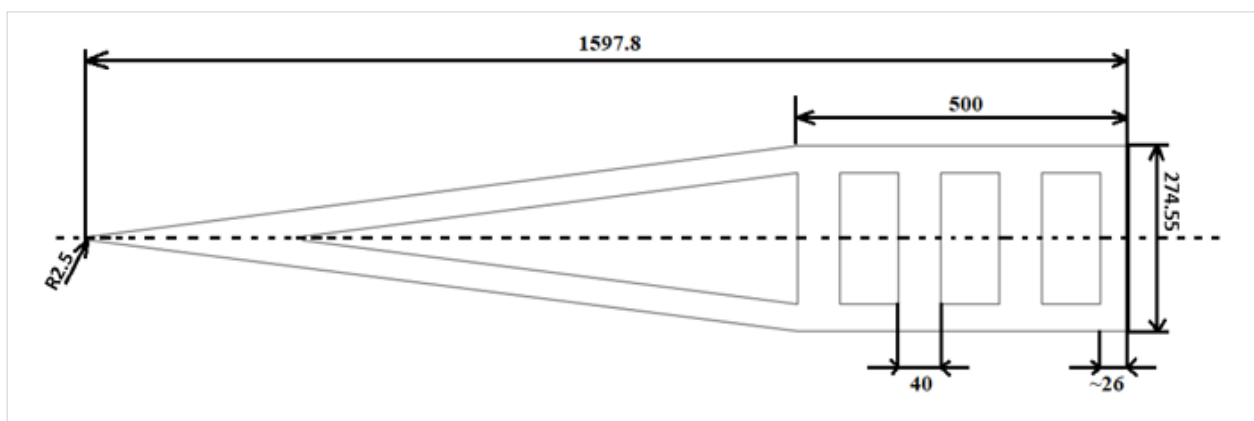


Рисунок 4.75 – Схема геометрии HIFiRE-1 без юбки

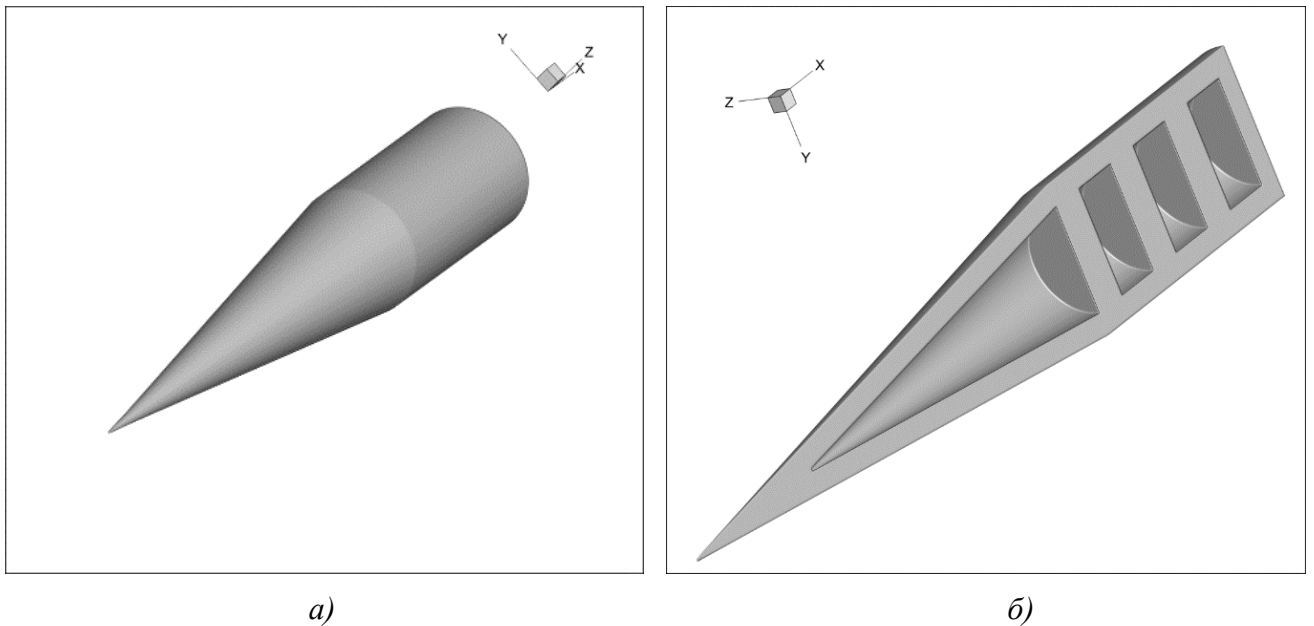


Рисунок 4.76 – Упрощенные геометрические модели экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1: *а)* общий вид геометрии модели; *б)* вид геометрии в разрезе

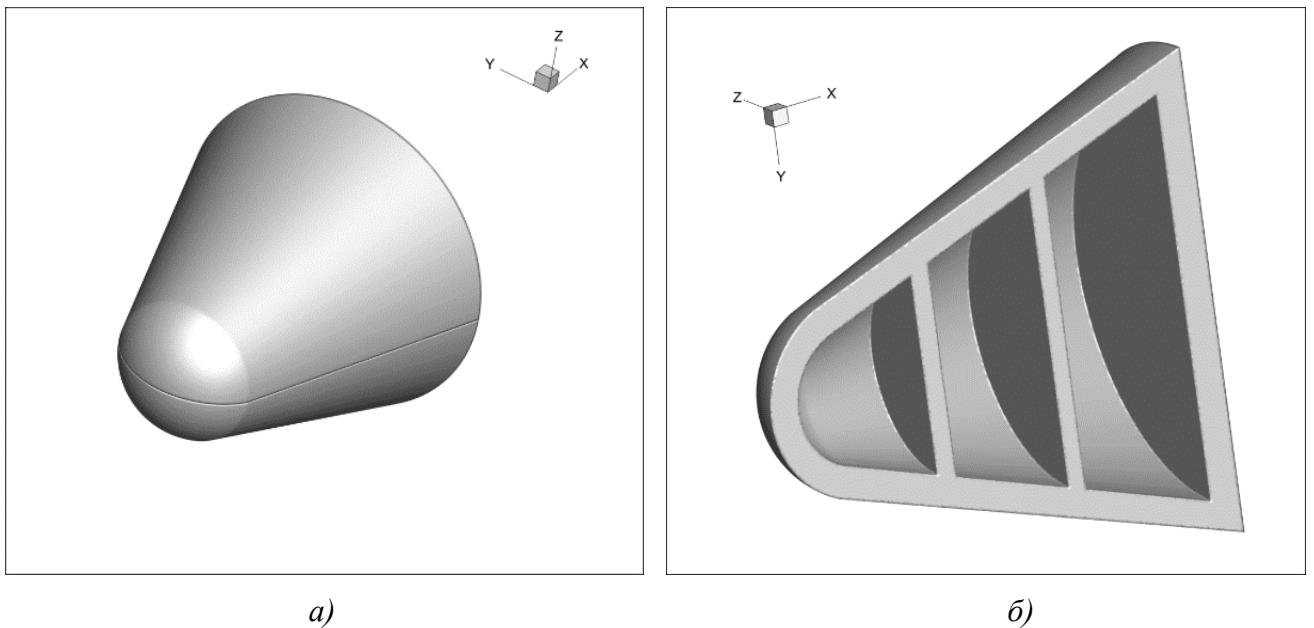


Рисунок 4.77 – *а)* Общий вид геометрии конуса, затупленного по сфере; *б)* геометрия конуса, затупленного по сфере, в разрезе

При моделировании внутреннего прогрева острого конуса, затупленного по сфере, для внешней границы расчетной области задавалось граничное условие I рода (4.1) $T = 1000 \text{ K}$ и $T = 300 \text{ K}$ на внутренней стенке.

$$T_{w-out} = 1000 \text{ K} . \quad (4.1)$$

Тепловой поток задавался по образующей вдоль оси ординат, для этого использовались расчетные данные, взятые из работы [199] (рисунок 4.78).

При проведении расчетов для HIFiRE-1 без юбки на внешней границе расчетной области задавалось граничное условие II рода (4.2):

$$T_{w-out} = \sqrt[4]{\frac{q_w}{\varepsilon \sigma}}, \quad K. \quad (4.2)$$

Для всех расчётов на внутренней поверхности стенки моделей температура задается постоянной и равной $T_{w-in} = 300 \text{ K}$.

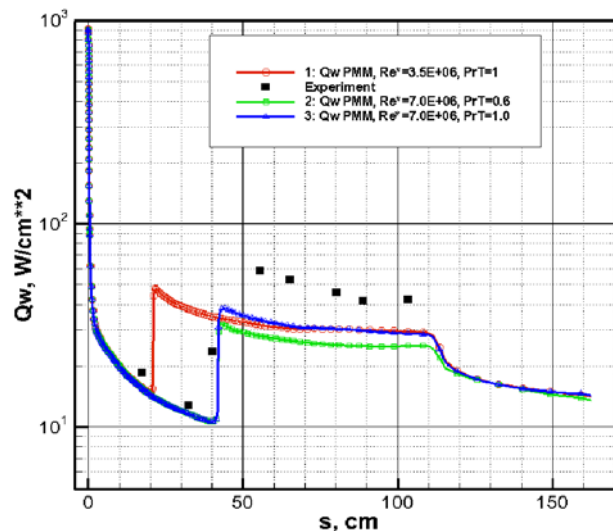


Рисунок 4.78 – Графики плотности конвективных тепловых потоков вдоль поверхности [199], которые использовались при расчетах

В качестве материала использовался алюминий (Al) и титан (Ti), характеристики которых были заимствованы из [200], [201] (таблица 4.4).

Таблица 4.4 – Исходные параметры, используемые в расчетах

λ , Вт/(м*К)	C_p , Дж/(кг*К)	T_w , К	ρ , г/см ³	Материал
237	903,7	300,0	2,697	Al (Алюминий)
22,3	530,8	300,0	4,5	Ti (Титан)

В последующих исследованиях использовалась виртуальная модель экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1 построенная на основе данных из [202] в САПР SolidWorks в формате *.step (рисунок 4.80), со внутренней стенкой толщиной, указанной на схеме (рисунок 4.79).

Испытательный аппарат HIFiRE-1 был приблизительно 2,1 м в длину (рисунок 4.79) и состоял из сферически-конической секции длиной 1,1 м

с радиусом на вершине 2,5 мм и углом полураствора 7° , затем цилиндрический участок, а затем отбортовка 33° . Носовая часть состояла из трех компонент: титан-цирконий-молибденовый наконечник (TZM), изолятор из стали AISI 1020 и адаптер из стали AISI 304, соединяющий носовой узел с конусом (рисунок 4.79). Секции конуса и цилиндра были изготовлены из алюминия Al 6061-T6. Наружная конструкция конуса имела номинальную толщину оболочки 20 мм, а цилиндр – 5 мм. Отбортовка – AISI 1020 толщиной 12 мм.

В расчетах использовались характеристики материалов, взятые из работ [200 – 203] (таблица 4.5).

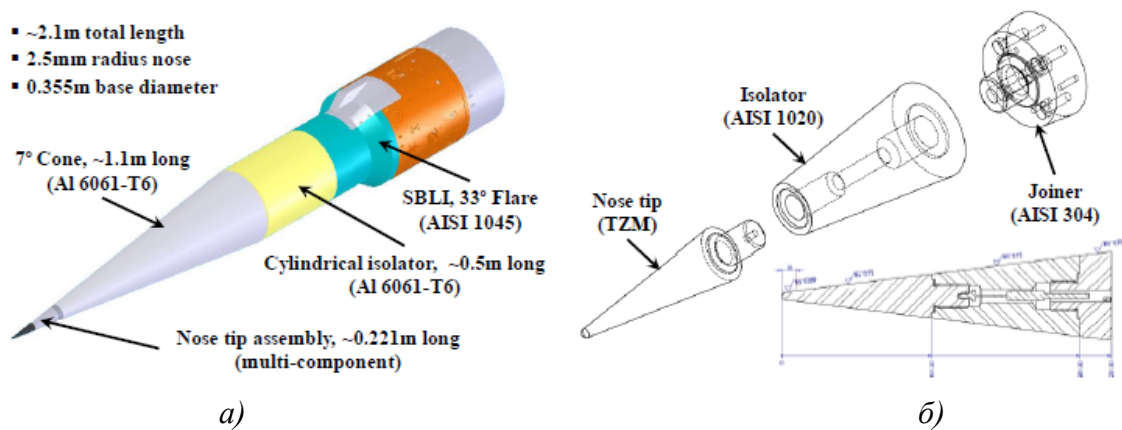


Рисунок 4.79 – Схема исследовательского летательного аппарата HIFiRE-1 [202].
а) схема геометрии HIFiRE-1; б) компоновка носовой части HIFiRE-1

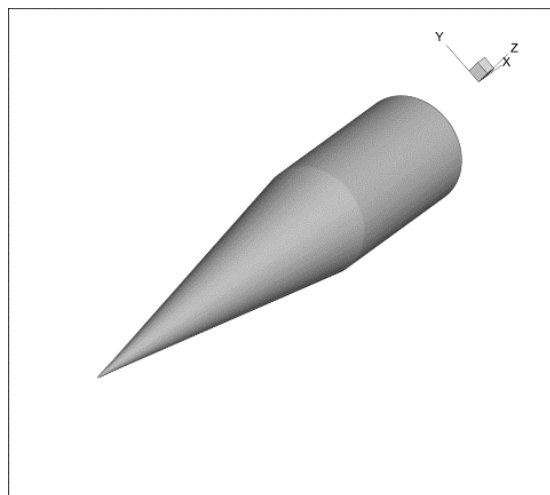


Рисунок 4.80 – Упрощенная геометрическая модель экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1

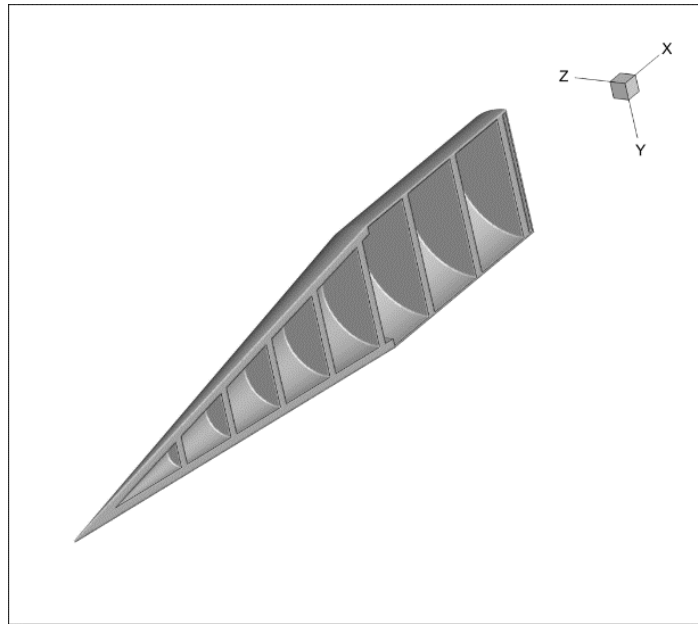


Рисунок 4.81 – Вид упрощенной геометрической модели экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1 в разрезе

Таблица 4.5 – Исходные параметры, используемые в расчете

Оригинальный материал	Отечественный аналог	λ , Вт/(м*К)	C_p , Дж/(кг*К)	T_w , К	ρ , г/см ³
Al6061-T6	-	151	897	300	2,7
AISI 1020	Сталь 20	52	486	300	7,77
AISI 304	Сталь 08X18H10	17	504	300	7,85

При проведении расчетов для HIFiRE-1 без юбки на внешней границе расчетной области задавался тепловой поток вдоль оси ординат из работы [199] (рисунок 4.82).

На основе виртуальных геометрий с использованием открытого некоммерческого программного комплекса GMSH были построены пространственные неструктурированные тетраэдральные расчетные сетки для затупленного конуса (рисунок 4.83 б) и экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1 (рисунок 4.83 а) и 4.84).

Для модели конуса, затупленного по сфере, была построена неравномерная расчетная сетка со сгущением в носовой части и вдоль конусообразной части с числом элементов $N = 3$ млн. ячеек. Минимальный размер ячейки составил 3 мм.

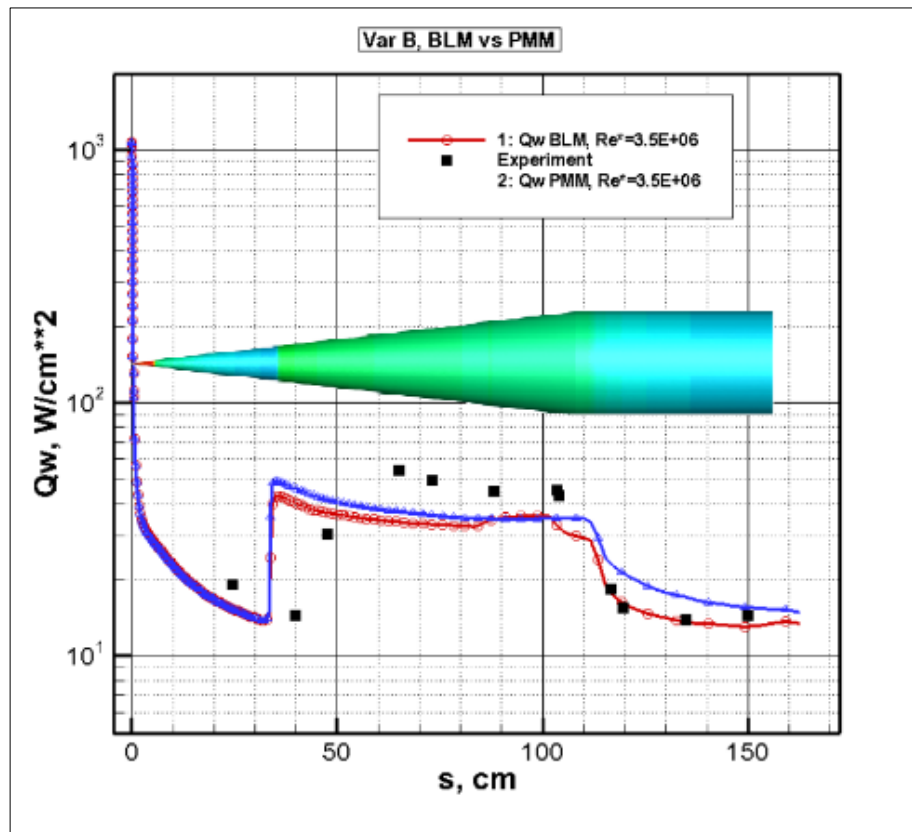


Рисунок 4.82 – Распределение конвективных тепловых потоков вдоль поверхности летательного аппарата, использованных при расчете теплового баланса оболочки

Для модели экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1 была построена равномерная сетка с числом элементов $N = 4$ млн ячеек. Минимальный размер ячейки составил 0,5 мм (рисунок 4.85).

В расчетах использовался авторский компьютерный код TC3D.

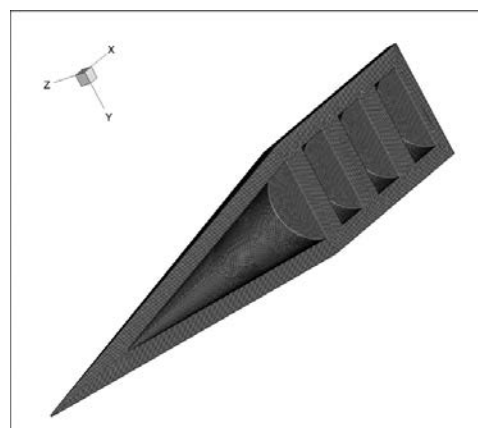


Рисунок 4.83 – Неструктурированная тетраэдральная сетка, с равномерным распределением ячеек по всей расчетной области для экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1

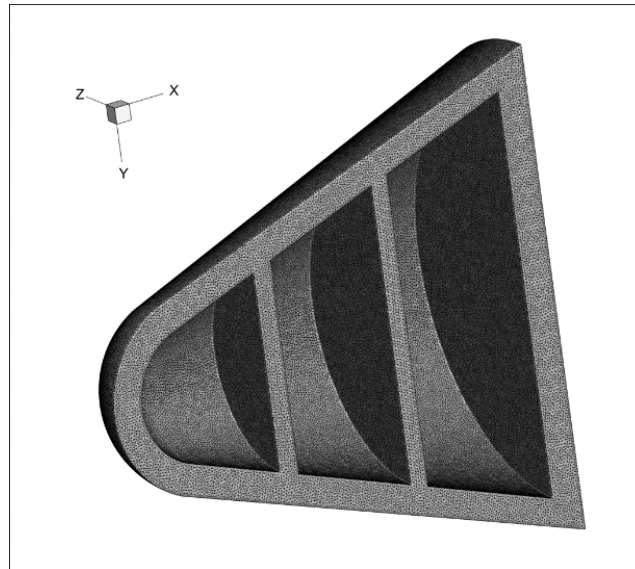


Рисунок 4.84 – Неструктурированная тетраэдральная сетка, с равномерным распределением ячеек по всей расчетной области для конуса затупленного по сфере

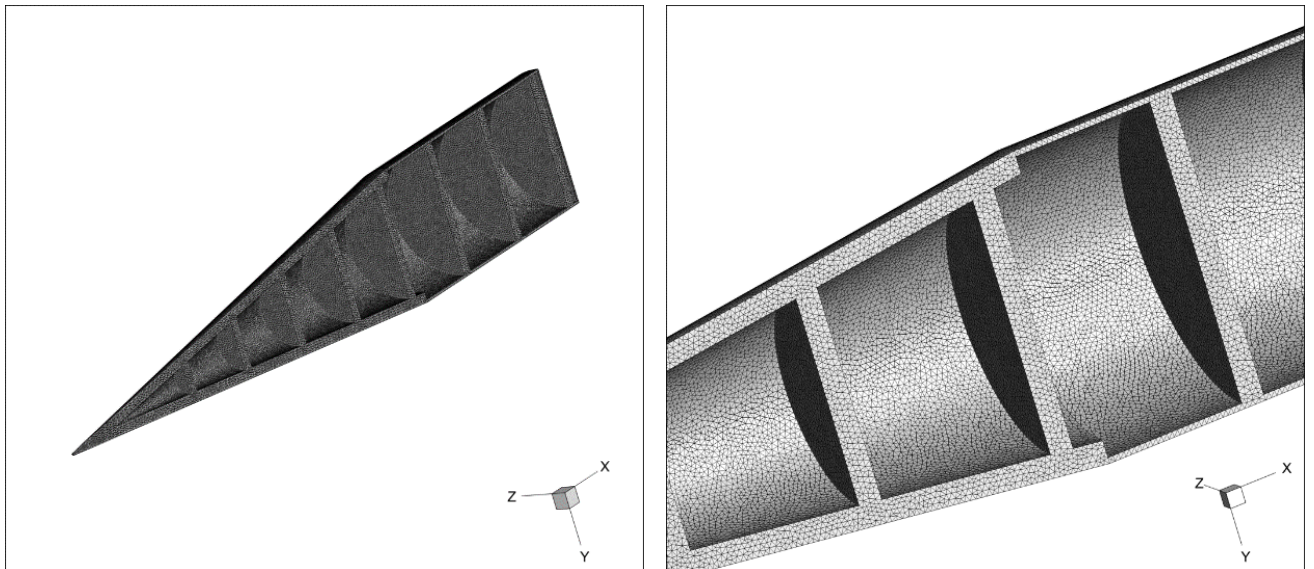


Рисунок 4.85 – Неструктурированная тетраэдральная сетка, с равномерным распределением ячеек по всей расчетной области

Качество созданных сеточных пространств оценивалось по ряду общепринятых критериев. Коэффициент формы для любой треугольной ячейки поверхностной сетки и тетраэдрального элемента объемной сетки не превышает 4 и 6 соответственно. Коэффициент асимметрии, характеризующий угловую скошенность, для треугольных элементов меньше 0,65, для тетраэдральных – меньше 0,7. Построенные расчетные сетки полностью удовлетворяют требованиям, необходимым для эффективной работы рассматриваемого авторского компьютерного кода.

В качестве примера результатов численного моделирования при решении пространственной задачи теплового баланса высокоскоростных летательных аппаратов приводятся распределения полей температуры по всей расчетной области. Тестовые расчеты проведены на геометрии конуса, затупленного по сфере, с граничными условиями первого рода $T = 1000$ К на внешней границе расчетной области и $T = 300$ К на внутренней границе расчетной области (рисунок 4.86 и 4.87).

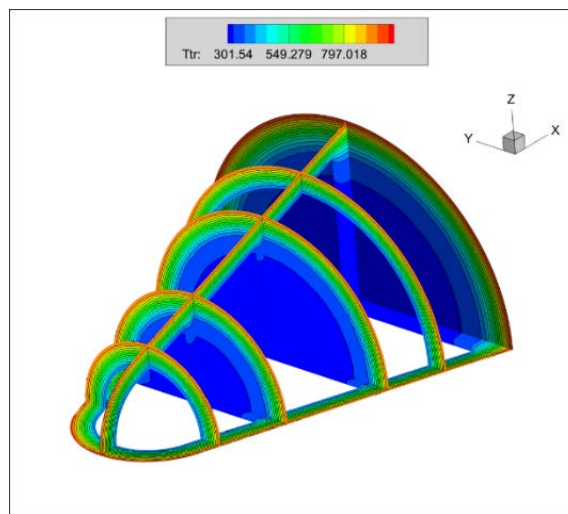


Рисунок 4.86 – Результат распределения температуры по всей расчетной области при численного моделирования затупленного конуса

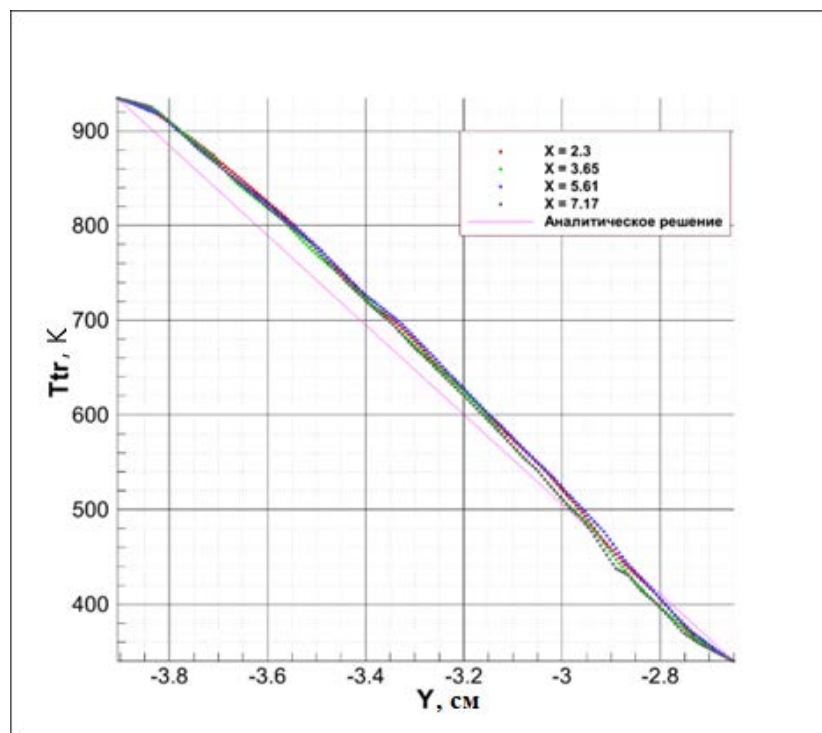


Рисунок 4.87 – График распределения температуры в сечении вдоль оси X

Получено удовлетворительное совпадение численного моделирования с аналитическим решением (рисунок 4.87).

На рисунках 4.88 – 4.91 представлены результаты расчетов распределения температуры по всей расчетной области с применением на внешней границе условия радиационного равновесия:

$$T_{w-out} = \sqrt[4]{\frac{q_w}{\varepsilon \sigma}}, \quad K,$$

где конвективный тепловой поток q_w вдоль поверхности геометрии задается из работы [199], степень черноты $\varepsilon = 0,8$, постоянная Стефана-Больцмана $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$. На рисунках 4.88 – 4.89 показаны результаты расчетов с использованием результатов распределения конвективных тепловых потоков вдоль поверхности геометрии из работы [199], где максимальное значение $q_w \sim 10^3 \text{ Вт}/\text{см}^2$ (рисунок 4.78 а) на внешней границе при числе $Re = 7\text{E}+06$, а на рисунках 4.90 – 4.91 использовался результат распределения конвективных тепловых потоков вдоль поверхности геометрии из работы [199] при числе $Re = 3,5\text{E}+06$ (рисунок 4.78 б).

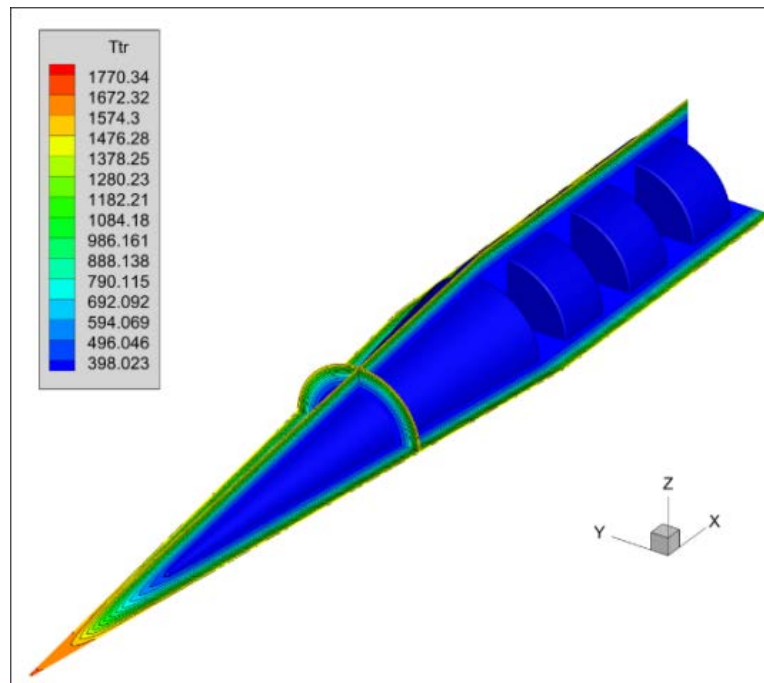


Рисунок 4.88 – Распределение температуры в оболочке из титана для модели экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1 без юбки

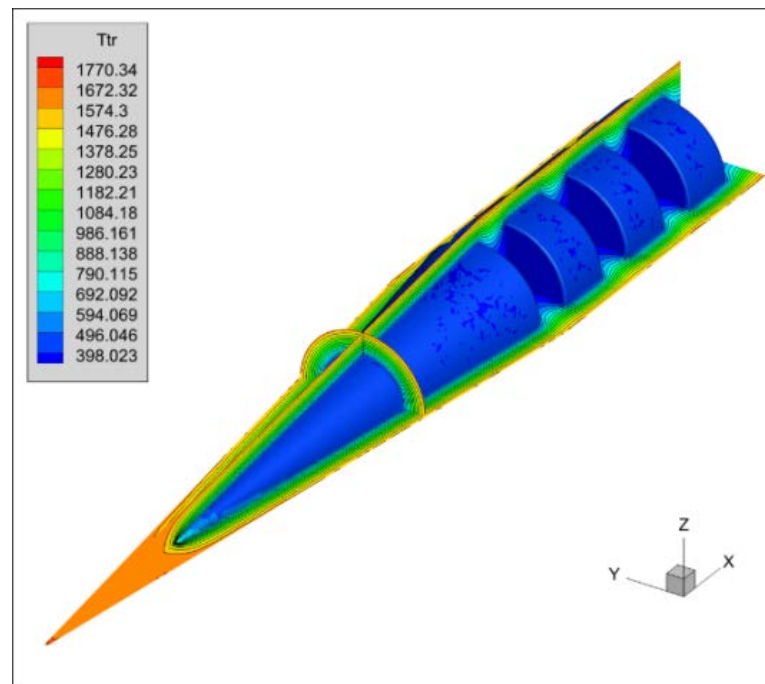


Рисунок 4.89 – Распределение температуры в оболочке из алюминия для модели экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1 без юбки

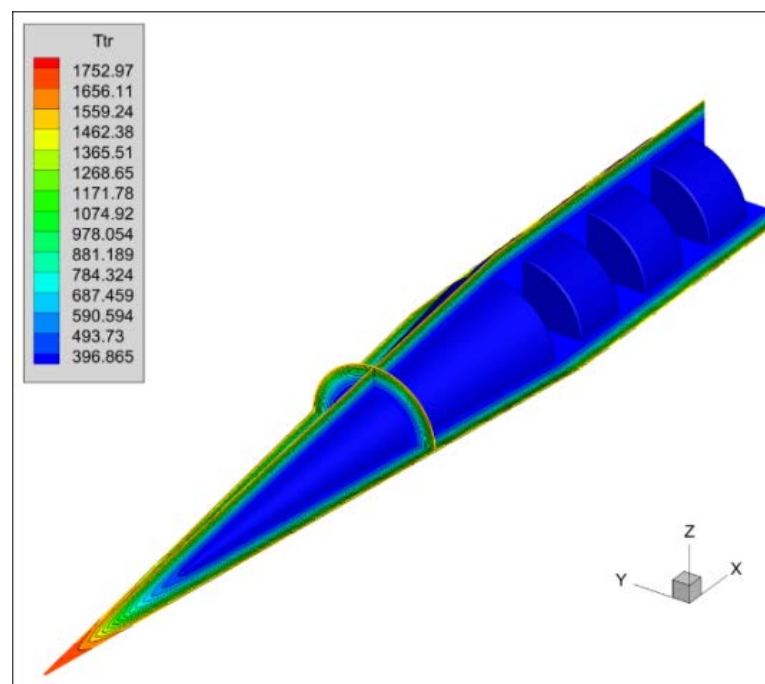


Рисунок 4.90 – Распределение температуры в оболочке из титана для модели экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1 без юбки

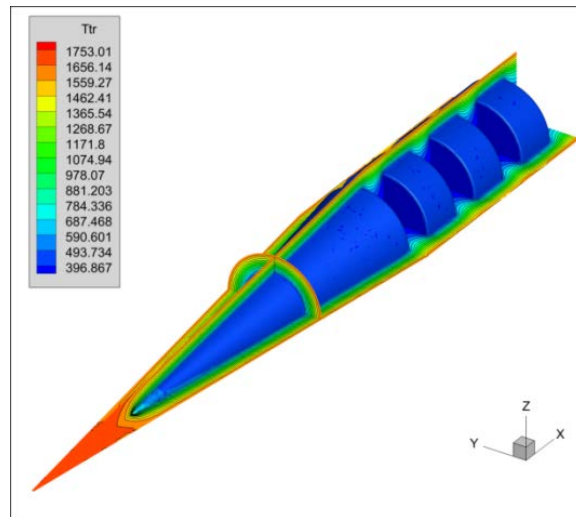


Рисунок 4.91 – Распределение температуры в оболочке из алюминия для модели экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1 без юбки

Результаты расчетов распределения температуры при решении пространственной задачи теплового баланса на примере в оболочке экспериментального высокоскоростного летательного аппарата HIFiRE-1 с использованием композиции материалов (Al6061-T6, AISI 1020 и AISI 304) представлены на рисунках 4.92 – 4.99.

На внутренней границе расчетной области ставилось граничное условие первого рода $T = 300$ К. На внешней границе расчетной области ставилось граничное условие $\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = q_w + \varepsilon \sigma T_{surf-in}^4$.

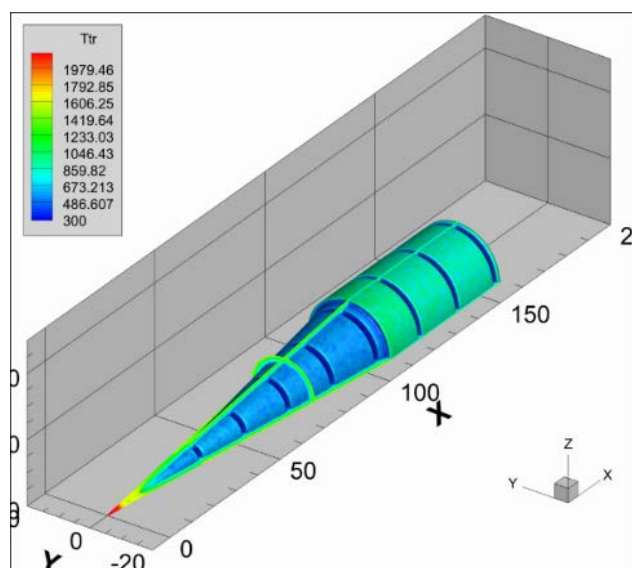


Рисунок 4.92 – Температура в оболочке экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1 без юбки при использовании композиции материалов

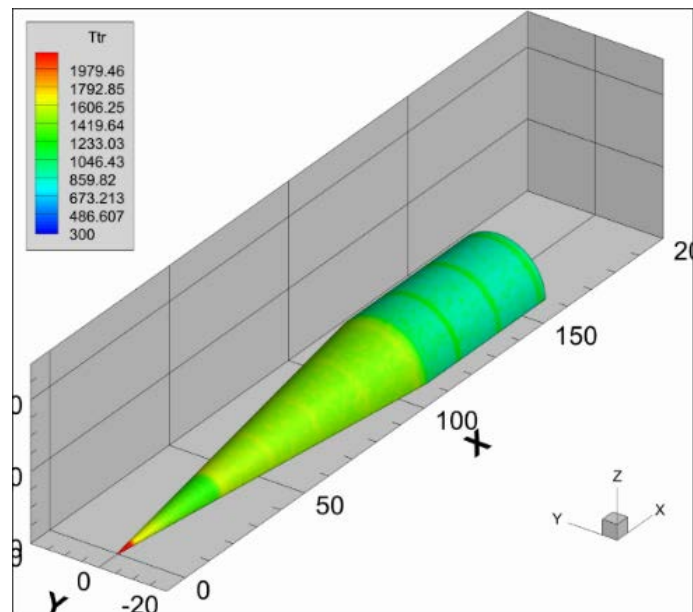


Рисунок 4.93 – Температура поверхности экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1 без юбки при использовании композиции материалов

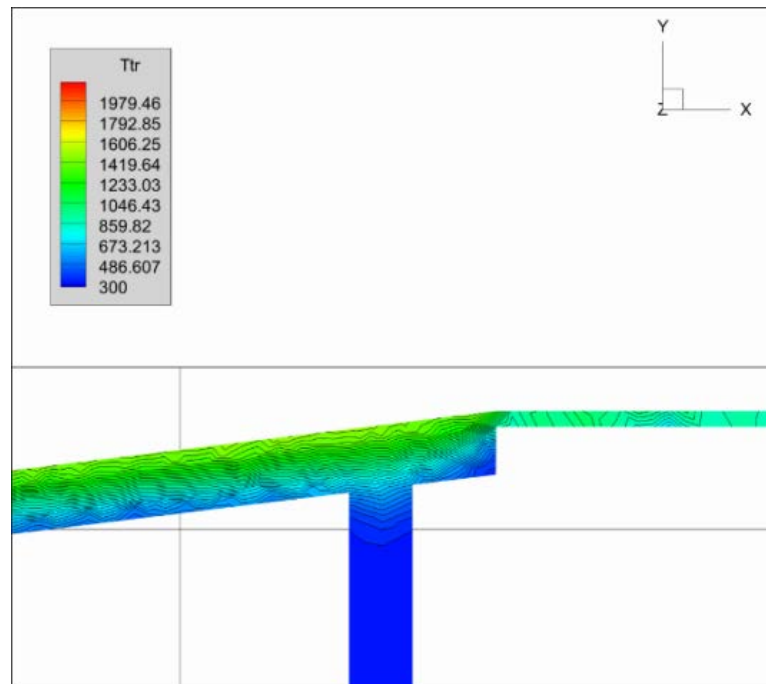


Рисунок 4.94 – Температура в области перехода конуса в цилиндр в экспериментальном летательном аппарате HIFiRE-1 без юбки

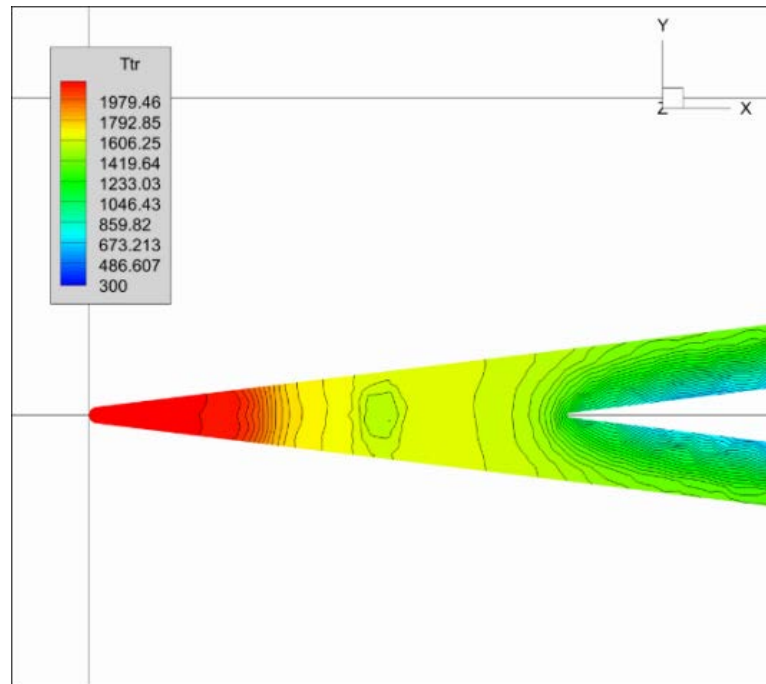


Рисунок 4.95 – Распределение температуры в области составной носовой части экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1 без юбки

Также получены результаты численного моделирования (рисунки 4.96 – 4.98) с использованием следующих граничных условий:

– на внешней границе температура задавалась из уравнения:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = q_w + \varepsilon \sigma T_{surf-in}^4,$$

– на внутренней границе расчетной области температура задавалась как:

$$T_{G-in} = T_w.$$

Особенностью граничного условия (4.3) является то, что при нахождении температуры поверхности учитывается конвективный нагрев внешней поверхности (q_w), излучение внешней поверхности, степень черноты $\varepsilon = 0,8$, и поток тепла, отводимый вглубь оболочки.

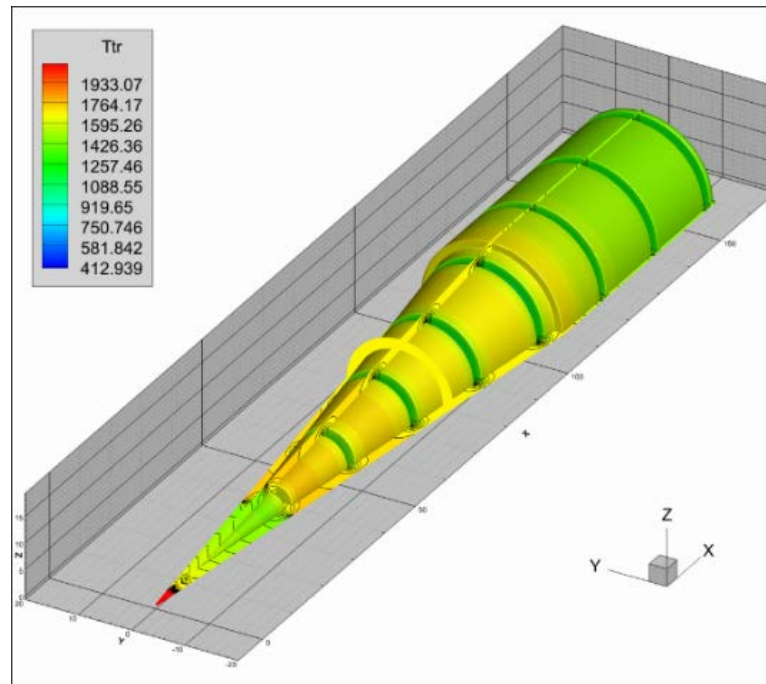


Рисунок 4.96 – Температура в оболочке модели экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1 без юбки

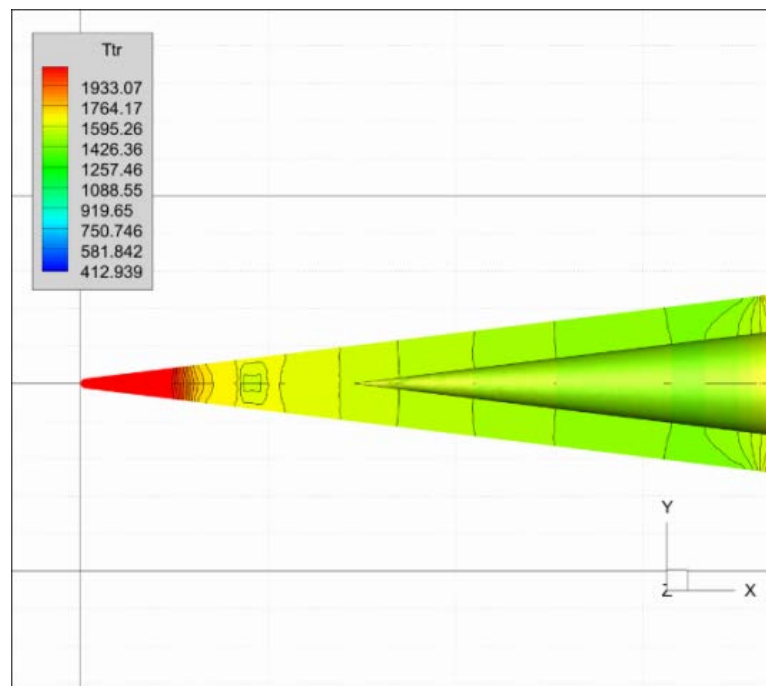


Рисунок 4.97 – Температура в составной носовой части модели экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1 без юбки

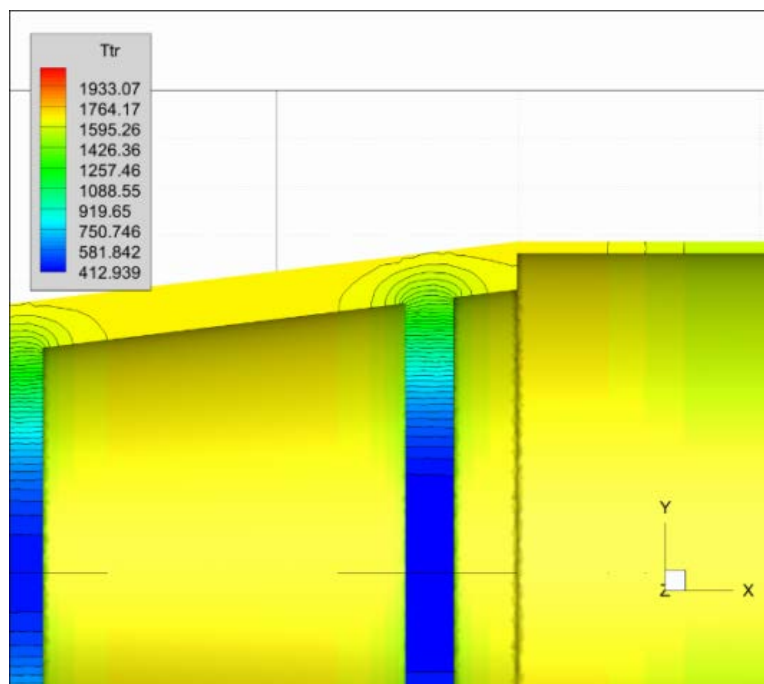


Рисунок 4.98 – Температура в области перехода конуса в цилиндр модели экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1 без юбки

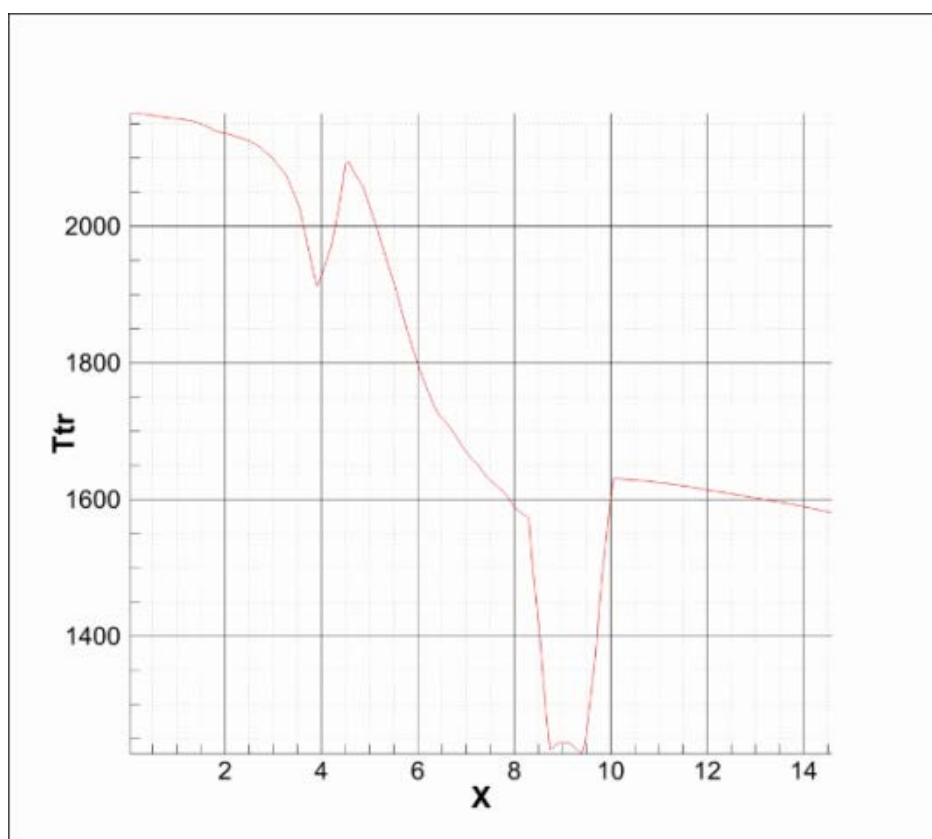


Рисунок 4.99 – Распределение температуры в составной носовой части летательного аппарата HIFiRE-1

Из распределения температуры вдоль оси X в носовой части экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1 (рисунок 4.99) хорошо

видно, что компьютерный код TC3D учитывает в расчетах характеристики нескольких материалов.

4.6. Выводы к главе

1. На основе конечно-объемного метода расщепления по физическим процессам на трехмерных неструктурированных сетках путем использования приближенного метода расчета распада произвольного разрыва на границах ячеек AUSM \pm up2 разработан авторский компьютерный код аэротермодинамики высокоскоростных летательных аппаратов UST3D- AUSM \pm up2.

2. Проведено верификационное тестирование авторского компьютерного кода AUSM \pm up2, подтвердившее надежность разработанного кода.

3. На основе уравнения теплопроводности разработан авторский компьютерный код TC3D, позволяющий решать задачи теплового баланса для различных геометрий ВЛА с учетом композиций материалов.

4. Предложена методика решения сопряженной задачи аэротермодинамики и теплового баланса.

5. При решении пространственной задачи теплового баланса на примере модельной аэродинамической конструкции получены удовлетворительные результаты по распределению температуры по всей расчетной области.

6. На примере высокоскоростного экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1 рассмотрено решение пространственной задачи теплового баланса с учетом композиций материалов.

7. Для решения задачи теплового баланса было построено два вида виртуальных моделей экспериментального высокоскоростного летательного аппарата HIFiRE-1. В первом случае строилась упрощенная виртуальная модель летательного аппарата HIFiRE-1 без юбки, которая представлена в виде затупленного конуса, переходящего в цилиндр. Во втором случае при построении виртуальной модели учитывались размеры и количество материалов, представленные в литературе по результатам экспериментальной отработки данного летательного аппарата.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведение экспериментальных и летных испытаний является неотъемлемой частью решения поставленных задач при разработке перспективных ВЛА. Указанные испытания требуют больших физических и финансовых затрат, поэтому роль расчетно-теоретических исследований особенностей обтекания ВЛА при крейсерском полете для получения аэродинамических характеристик сильно возрастает.

Подводя итог по проделанной исследовательской работе к основным полученным результатам можно отнести следующее:

1. Развита вычислительная модель течения вязкого и невязкого совершенного газа на основе метода конечного объема расщепления по физическим процессам применительно к неструктурированным тетраэдральным расчетным сеткам путем использования приближенного метода расчета распада произвольного разрыва на границах ячеек AUSM \pm up2.

2. На основе пространственного уравнения теплопроводности разработан авторский компьютерный код TC3D, позволяющий решать задачи теплового баланса для различных геометрий ВЛА с учетом композиций материалов.

3. На основе конечно-объемного метода расщепления по физическим процессам на трехмерных неструктурированных сетках путем использования приближенного метода расчета распада произвольного разрыва на границах ячеек AUSM \pm up2 разработан авторский компьютерный код аэротермодинамики высокоскоростных летательных аппаратов UST3D-AUSM \pm up2.

4. На основе уравнения теплопроводности разработан авторский компьютерный код TC3D, позволяющий решать задачи теплового баланса для различных геометрий ВЛА с учетом композиций материалов.

5. Предложена методика решения сопряженной задачи аэротермодинамики и теплового баланса.

6. С использованием разработанного авторского компьютерного кода USN3D-AUSM \pm up2 выполнено расчетно-теоретическое исследование пространственной задачи обтекания на примере упрощенных моделей

и экспериментального высокоскоростного аппарата HIFiRE-1 с использованием разработанного авторского компьютерного кода, реализующего модель вязкого сжимаемого теплопроводного газа на трехмерных неструктурированных сетках

7. С использованием авторского компьютерного кода TC3D выполнено расчетно-теоретическое исследование пространственной задачи теплового баланса на примере экспериментального высокоскоростного аппарата HIFiRE-1 с использованием разработанного авторского компьютерного кода, реализующего решение уравнение теплопроводности, в том числе с учетом композиций материалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глушко В.П., и др. Энциклопедия «Космонавтика». – М: Советская энциклопедия, 1985.
2. NASA's shuttle fleet achieved numerous firsts and opened up space to more people than ever before during the Space Shuttle Program's 30 years of missions. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.nasa.gov/space-shuttle>
3. Meltzer M. Mission to Jupiter: A history of the Galileo Project. NASA History Division ed. – 2007.
4. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.
5. Остапенко О.Н., Бармин И.В., и др. История развития отечественной пилотируемой космонавтики. – М.: ООО «Издательский дом «Столичная энциклопедия», 2015. – 752 с. – ISBN 978-5-903989-27-0.
6. Черток Б.Е. «Ракеты и люди». – Машиностроение, 1999.
7. X-38 Prototype Crew Return Vehicle [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.nasa.gov/aeronautics/aircraft/x-38-prototype>
8. Baiocco P., Guedrona S., Plotard P., et al. The Pre-X atmospheric re-entry experimental lifting body: Program status and system synthesis. – Acta Astronautica, 2007.
9. X-43A Hyper-X [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.nasa.gov/centers-and-facilities/armstrong/x-43a/>
10. Gockel W., Kyr P., Janovsky R., et al. Reusable RLV Demonstrateur Vehicles – Phoenix Flight Test Results and Perspectives. // 55th International Astronautical Congress of the International Astronautical Federation, the International Academy of Astronautics, and the International Institute of Space Law. – 2004.
11. Russo G., De Matteis P.P., Sabatano R., et al. USV: Unmanned Space Vehicle. // Mem. S.A. 2008. – P. 863.

12. Griesemer P., Mueller J., and Paluszek M. System Design of a Reusable, Horizontal Take-Off/Horizontal Landing Two Stage to Orbit Vehicle. // 46th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. – 2010.
13. Dietrich E.K. Saenger II - A hypersonic flight and space transportation system. AIAA, 1988.
14. James M.A. Hypersonic Boost-Glide Weapons. Science & Global Security 23, 2015. – No. 3. – pp. 191-219.
15. Гольдовский Д.Ю. Космические программы западноевропейских стран. – М.: Знание, 1987. – 64 с.
16. High Speed Flight Demonstration «HSFD» [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://translated.turbopages.org/proxy_u/en-ru.ru.8af740e6-656627e0-eb53dbac-74722d776562/https/global.jaxa.jp/projects/rockets/hsfd/index.html
17. Sarrafian, Shahan K. Simulator Evaluation of a Remotely Piloted Vehicle Lateral Landing Task Using a Visual Display.NASA. OCLC 11977763. – Technical memorandum 85903, August 1984.
18. Kempel, Robert W., Earls, et al. (1988). Flight Control Systems Development and Flight Test Experience with the HiMAT Research Vehicles. NASA. OCLC 22037291. Technical paper 2822.
19. The European Space Agency [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://www.esa.int/About_Us/ESTEC
20. IUTAM is an international non-governmental, non-profit, scientific organisation that promotes theoretical and applied mechanics as a scientific discipline by organising congresses, symposia and summer schools [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://iutam.org/about-iutam/archives-and-history/images-of-congress>
21. Марк У. «Шугуан 1». Астронавтическая энциклопедия. – 2007.
22. Britannica. The Editors of Encyclopaedia. «Zhai Zhigang». – Encyclopedia Britannica, 2023.

23. Bruce M. The national aero-space plane. – 1988.
24. Richard W..P., Theodore A..T., Alan W..W., et al. Performance assessment of aero-assisted orbital transfer vehicles.
25. Parul A., and J.C.G. Fracture in Phenolic Impregnated Carbon Ablator.
26. Mémoires de l'académie des sciences de Berlin. – 1757. – I. Volume 11. – pp. 274-315.
27. Navier. Mémoire sur les lois du mouvement des fluides. // Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut de France. – 1822. – Vol. 6
28. Stokes. On the theories of internal friction of fluids in motion, and of the equilibrium and motion of elastic solids. // Transactions of the Cambridge Philosophical Society. – 1845. – Vol. 8
29. Рейнольдс О. Динамическая теория движения несжимаемой вязкой жидкости и определение критерия. / под ред. Швейковского Н.Т., Великанова М.А. – М.: Проблемы турбулентности : Сб. переводных статей, 1936. – 185-227 с.
30. Herbert O. Prandtl – Führer durch die Strömungslehre. Grundlagen und Phänomene. Braunschweig: Vieweg Verlag. – 2002.
31. Фофонов Д.М. Разработка расчетно-оптимизационных методов механики жидкости, газа и плазмы для аэродинамического проектирования высокоскоростных летательных аппаратов // Диссертация (На правах рукописи). – Москва. – 2023.
32. Фофонов Д.М. О построении оптимальной аэродинамической компоновки высокоскоростного летательного аппарата с заданной геометрией полезной нагрузки. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике, Институт механики МГУ (Москва). – 2021. – Т. 22, вып. 6.
33. Фофонов Д.М. О построении оптимальной аэродинамической компоновки высокоскоростного летательного аппарата с интегрированной силовой установкой. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике, Институт механики МГУ (Москва). – 2021. – Т. 22, вып. 6.

34. Фофонов Д.М. Оптимизация аэродинамической компоновки гиперзвуковых летательных аппаратов. Космонавтика и ракетостроение. – 2010. – Вып. 1(58). – С. 17-26.
35. Фофонов Д.М. Оптимизация аэродинамической формы волнолета с затупленной передней кромкой. // Ученые записки ЦАГИ, Изд. отдел ЦАГИ (Жуковский). – Т. 52, вып. 6. – С. 26-29.
36. Лунев В.В. Течение реальных газов с большими скоростями. – М.: Физматлит, 2007. – 760 с. – ISBN 978-5-9221-0773-0.
37. Лунев В.В. Гиперзвуковая аэродинамика. – М.: Машиностроение, 1975. – 328 с.
38. Авдудевский В.С., Анфимов Н.А., Маров М.Я. и др. Теплофизические свойства лунного вещества, доставленного АМС "Луна-16". // Докл. АН СССР. – 1971. – Т. 196:4. – С. 801–804.
39. Описание на сайте компании «Т-Платформы» суперкомпьютера «Ломоносов» [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.t-platforms.ru>
40. Внучков Д.А., Звегинцев В.И., Лукашевич С.В., Наливайченко Д.Г. Методика определения характеристик горения твердого топлива в высокоскоростном потоке воздуха // . – Т. 10, № 4. – С. 51-56. – EDN YNHSUT. // Горение и взрыв. 2017. – Т. 10, Вып. 4. – С. 51-56.
41. Звегинцев В.И., Аульченко С.М., Лукашевич С.В., Наливайченко Д.Г. Высокоэнергетические материалы: демилитаризация, антитерроризм и гражданское применение. // Методика расчетно-экспериментальных исследований характеристик горения твердых топлив в высокоскоростном потоке воздуха. – Томск: Национальный исследовательский государственный университет, 2016. – С. 49-52.
42. Экспериментальная база прочности и динамики [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.tsniimash.ru/institute/aerogasdynamics/basic-setup-cta/>

43. Оборудование и методы [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://tsagi.ru/institute/lab220/page4/?ysclid=lpiaevoigk304249950>
44. Высокочастотные индукционные плазмотроны ВГУ-3 и ВГУ-4 [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://ipmnet.ru/uniquequip/plasma/?ysclid=lpiai0xbla337738926#equip_add
45. ИТПМ им. А.С. Христиановича СО РАН [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://itam.nsc.ru/structure/labs.html>
46. Гиперзвуковая аэродинамика и тепломассообмен спускаемых космических аппаратов и планетных зондов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. – 548 с. – ISBN 978-5-9221-1322-9.
47. Корюков И.А., Рыбаков А.Н. Решение пространственной задачи высокоскоростных летательных аппаратов. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. – 2021. – Т. 22, вып. 2.
48. Корюков И.А., Сильвестров П.В. Численное моделирование аэродинамики простых геометрий с использованием приближенного вычисления потоков через грань расчетной ячейки методом AUSM \pm up2. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. – 2022. – Т. 23, вып. 1.
49. Корюков И.А., Рыбаков А.Н. Трехмерное моделирование теплового баланса на примере экспериментального летательного аппарата HIFiRE-1. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. – 2022. – Т. 23, вып. 1.
50. Корюков И.А., Сильвестров П.В., Ишин Д.В. Пространственный расчет аэротермодинамики двойного конуса 25°/55° с помощью семейства компьютерных кодов UST3D. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. – 2022. – Т. 23, вып. 1.
51. Koryukov I.A., Kryukov I.A. Three-dimensional calculation of the aerothermodynamics of a double cone 25°/55° on an unstructured grid. // J. Phys.: Conf. Ser. – 2018. – No 1009 012003.

52. Суков С.А. Методы генерации тетраэдральных сеток и их программные реализации. // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. – 2015. – Вып. 23. – С. 22.
53. Ермаков М.К. Генерация тетраэдральных сеток для суперкомпьютерного моделирования обтекания аэрокосмических объектов. // Вычислительные методы и программирование. – 2020. – Т. 21.
54. Годунов С.К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики. // Математический сборник. – 1959. – Т. 47(89):3. – С. 271–306.
55. Liou M.S., Steffen C. A new flux splitting scheme. // J. Comput. Phys. – 1993. – pp. 23-39.
56. Chang C.H., Liou M.S. A New approach to the simulation of compressible multifluid flows with AUSM+ scheme. // 16th AIAA CFD Conference. – Orlando. – 2003. – pp. 23-26.
57. Edwards J.R., Franklin R., and Liou M.S. Low-Diffusion Flux-Splitting Methods for Real Fluid Flows with Phase Transitions. // AIAA J.. – 2000. – Vol. 38, i. 9. – pp. 1624-1633.
58. Edwards J.R., Liou M.S. Low-diffusion flux-splitting methods for flows at all speeds. // AIAA J.. – 1998. – Vol. 36, i. 9. – pp. 1610-1617.
59. Liou M.S. A Sequel to AUSM, Part II: AUSM+-up. // J. Comput. Phys. – 2006. – pp. 137-170.
60. Wada Y., Liou M.S. An accurate and robust flux splitting scheme for shock and contact discontinues. // SIAM J. Scientific Computing. – 1997. – pp. 633-657.
61. Железнякова А.Л., Суржигов С.Т. Расчет гиперзвукового обтекания тел сложной формы на неструктурированных тетраэдральных сетках с использованием схемы AUSM. // ТВТ. – 2014. – Т. 52, вып. 2. – С. 283-293.
62. Kitamura K., Shima E. Towards shock-stable and accurate hypersonic heating computations: A new pressure flux for AUSM-family schemes. // Journal of Computational Physics. – 2013. – Vol. 245. – pp. 62-83.

63. Kitamura K., Liou M.S., and Chang C.H. Extension and Comparative Study of AUSM-Family Schemes for Compressible Multiphase Flow. // *Communications in Communications in Computational Physics*. – 2014. – Vol. 16, i. 3. – pp. 632-674.
64. Kitamura K. Assessment of SLAU2 and other flux functions with slope limiters in hypersonic shock-interaction heating. // *Computers & Fluids*. – 2016. – Vol. 129. – pp. 134-145.
65. Surzhikov S.T. Validation of computational code UST3D by the example of experimental aerodynamic data. // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2017.
66. Крюков И.А., Иванов И.Э., Ларина Е.В. Верификация программного комплекса hysol для расчета высокоскоростных течений. // *Материалы XX Юбилейной Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС 2017)*.
67. Сильвестров П.В., Суржилов С.Т. Расчет аэротермодинамики высокоскоростного летательного аппарата Х-43 с использованием компьютерных кодов UST3D и UST3D-AUSMPW. // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. – 2019. – Вып. 20 (4).
68. Черный Г.Г. Газовая динамика. – М.: Наука, 1988. – 420 с.
69. Крайко А.Н. Теоретическая газовая динамика. Классика и современность. – М.: Торус Пресс, 2010. – 440 с. – ISBN 978-5-94588-076-4.
70. Седов Л.И. Механика сплошной среды. – 6-е-е изд. Т. 1. – СПб.: Лань, 2004. – 528 с. – ISBN 5-8114-0541-3.
71. Седов Л.И. Механика сплошной среды. – 6-е-е изд. Т. 2. – СПб.: Лань, 2004. – 560 с. – ISBN 5-8114-0542-1.
72. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. – М.: Физматлит, 2008. – 686 с.
73. Краснов Н.Ф., Кошевой В.Н., Данилов А.Н. и др. Прикладная аэродинамика. / под ред. Краснова Н.Ф. – М.: Высшая школа, 1974. – 732 с.

74. Краснов Н.Ф., Кошевой В.Н., Данилов А.Н. и др. Аэродинамика ракет. / под ред. Н.Ф. К. – М.: Высшая школа, 1968. – 772 с.
75. Краснов Н.Ф. Аэродинамика. – 2-е изд. Т. 2. – М.: Высшая школа, 1976. – 386 с.
76. Краснов Н.Ф. Аэродинамика. – 2-е изд. Т. 1. – М.: Высшая школа, 1976. – 384 с.
77. Калугин В.Т. Аэрогазодинамика органов управления полетом летательных аппаратов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 688 с. – ISBN 5-7038-1968-7.
78. Калугин В.Т. Аэродинамика. – 2-е изд. / под ред. Калугина В.Т. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. – 607 с.
79. Гинзбург И.П. Теория сопротивления и теплопередачи. – Ленинград: Издательство ЛГУ, 1970. – 375 с.
80. Гинзбург И.П. Трение и теплопередача при движении смеси газов. – Ленинград: Изд-во ЛГУ, 1975. – 278 с.
81. Землянский Б.А., Лунев В.В., Власов В.И. и др. Конвективный теплообмен летательных аппаратов. / под ред. Землянского Б.А. – М.: Физматлит, 2014. – 380 с. – ISBN 978-5-9221-1523-0.
82. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. – М.: Наука, 1982. – 391 с.
83. Белоцерковский О.М., Андрущенко В.А., Шевелев Ю.Д. Динамика пространственных вихревых течений в неоднородной атмосфере. Вычислительный эксперимент. – Янус-К. – 2000. – 455 с. – ISBN 5-8037-0043-6.
84. Боровой В.Я., Егоров И.В., Мошаров В.Е. и др. Экстремальный нагрев тел в гиперзвуковом потоке. / под ред. Борового В.Я. – М.: Наука, 2018. – 390 с. – ISBN 978-5-02-040074-0.

85. Агафонов В.П., Вертушкин В.К., Гладков А.А. и др. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике. / под ред. Майкапара Г.И. – М.: Машиностроение, 1972. – 344 с.
86. Нейланд В.Я., В.В. Б., Дудин Г.Н. и др. Асимптотическая теория сверхзвуковых течений вязкого газа. – М.: Физматлит, 2004. – 453 с. – ISBN 5-9221-0469-1.
87. Тирский Г.А., Сахаров В.И., В.Л. и др. Гиперзвуковая аэродинамика и тепломассообмен спускаемых космических аппаратов и планетных зондов. / под ред. Тирского Г.А. – М.: Физматлит, 2011. – 548 с. – ISBN 978-5-9221-1322-9.
88. Стулов В.П. Лекции по газовой динамике. – М.: Физматлит, 2004. – 192 с.
89. Авдудевский В.С., Галицейский Б.М., Глебов Г.А. и др. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. / под ред. Кошкина В.К. – М.: Машиностроение, 1975. – 624 с.
90. Исаев С.И., Кожинов И.А., Кофанов В.И. и др. Теория тепломассообмена. / под ред. Леонтьева А.И. – М.: Высшая школа, 1979. – 495 с.
91. Леонтьев А.И., В. А. Федоров О.О.М. Температурный режим парогенерирующих труб, обогреваемых горячей водой и конденсирующимся паром (№ 2393-85 Деп. от 9.IV.1985). // ТВТ. – 1985. – Т. 23:5. – С. 1036-1037.
92. Леонтьев А.И., Цалко Э.А. Перенос частиц аэрозоля в неизотермическом турбулентном потоке. // ТВТ. – 1969. – Т. 7:4. – С. 715-722.
93. Леонтьев А.И., Цалко Э.А. Тепло- и массоперенос при образовании отложений на поверхности нагрева. // ТВТ. – 1971. – Т. 9:2. – С. 320-328.
94. Леонтьев А.И., Хамадов А. Экспериментальное исследование тепло- и массообмена при естественной конвекции в щелевой прослойке. // ТВТ. – 1974. – Т. 12:5. – С. 1045-1051.
95. Шевелев Ю.Д. Трехмерные задачи теории ламинарного пограничного слоя. – М.: Наука, 1977. – 224 с.

96. Райзер Ю.П. Движение в неоднородной атмосфере, вызванное кратковременным плоским ударом. // Докл. АН СССР. – 1963. – Т. 153:3. – С. 551–554.
97. Райзер Ю.П. Физические основы теории трещин хрупкого разрушения. // УФН. – 1970. – Т. 100:2. – С. 329–347.
98. Райзер Ю.П., Суржиков С.Т. Численное исследование непрерывного оптического разряда в атмосферном воздухе в рамках одномерной модели. // ТВТ. – 1985. – Т. 23:1. – С. 29–35.
99. Чудов Л.А. Обратная задача Штурма-Лиувилля. // Матем. сб. – 1949. – Т. 25(67):3. – С. 451–456.
100. Чудов Л.А. Разностные методы решения задачи Коши для уравнения Лапласа. // Докл. АН СССР. – 1962. – Т. 143:4. – С. 798–801.
101. Чудов Л.А., Константинов Г.А., Юнь-нянь Л. К вопросу о вероятностных оценках ошибок округления при численном решении дифференциальных уравнений. // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 1964. – Т. 4, вып. дополнение к № 4. – С. 101–109.
102. Суржиков С.Т. Радиационно-конвективный теплообмен в камере оптического плазмотрона. // ТВТ. – 1990. – Т. 28:6. – С. 1205–1213.
103. Суржиков С.Т. Радиационные тепловые потоки вблизи кислородно-керосиновых огневых шаров. // ТВТ. – 1997. – Т. 35:5. – С. 778–782.
104. Суржиков С.Т. Пространственная модель спектральной излучательной способности светорассеивающих струй продуктов сгорания. // ТВТ. – 2004. – Т. 42:5. – С. 760–771.
105. Суржиков С.Т. Сравнительный анализ роли спектральных линий атомов и ионов в радиационном нагреве поверхностей четырех типов спускаемых космических аппаратов. // ТВТ. – 2016. – Т. 54:2. – С. 249–266.
106. ИПМ им. М.В. Келдыша [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://keldysh.ru/httpd/kiam-info_fr.html

107. НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносов [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.imec.msu.ru/science/research-areas/>
108. Watts J.D. Flight Experience with Shock Impingement and Interference Heating on the X-15-2 Research Airplane. // NASA TM-X-1669. – 1968.
109. Boyce R., Gerard S., and Paull A. The HyShot Scramjet Flight Experiment –Flight Data and CFD Calculations Compared. // 12th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference. – Norfolk: AIAA 2003-7029, 2003.
110. Walker S., Rodgers F., and Esposito A. Hypersonic Collaborative Australia/United States Experiment (HyCAUSE). // 13th AIAA/CIRA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference. – Capua: AIAA 2005-3254, 2005.
111. Lyke J. Space-Plug-and-Play Avionics (SPA): A Three-Year Progress Report. // AIAA Infotech Aerospace Conference. – Rohnert Park: AIAA 2007-2928, 2007.
112. Dougherty N., Fisher D. Boundary Layer Transition on a 10-Degree Cone: Wind-Tunnel/Flight Data Correlation. // 12th AIAA 18th Aerospace Sciences Meeting.: AIAA 80-0154, 1980.
113. Santangelo A. The University NanoSAT Program and Its Use of QuickSAT as an End to End Design Tool. // AIAA 2012 SPACE Conference. – Pasadena: AIAA 2012-5192, 2012.
114. Ottens H., Walpot L., Cipollini F., et al. Aerodynamic Environment and Flight Measurement Techniques of EXPERT. // 14th AIAA/AHI Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference.: AIAA 2006-8118, 2006.
115. Dolvin D. Hypersonic International Flight Research and Experimentation (HIFiRE) Fundamental Science and Technology Development Strategy. // 15th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference. – Dayton: AIAA 2008-2581.

116. Kimmel R., Adamczak D. HIFiRE-1 Background and Lessons Learned. // 50th AIAA Aerospace Sciences Meeting. – Nashville: AIAA 2012-1088, 2012.
117. Stansfield S., Kimmel R., and Adamczak D. HIFiRE-1 Data Analysis: Boundary Layer Transition Experiment During Reentry. // 50th AIAA Aerospace Sciences Meeting. – Nashville: AIAA 2012-1087, 2012.
118. Kimmel R., Adamczak D., and Paull A. HIFiRE-5 Flight Test Preliminary Results. // 51 st AIAA Aerospace Sciences Meeting. – Grapevine: AIAA 2013-0377, 2013.
119. Adamczak D., Alesi H., and Frost M. HIFiRE-1: Payload Design, Manufacture, Ground Test and Lessons Learned. // 16th AIAA/DLR/DGLR International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference.: AIAA 2009-7294.
120. Dolling D. 50 Years of Shock Wave/Boundary Layer Interaction – What Next? // AIAA Fluids 2000 Conference. – Denver: AIAA 2000-2596, 2000.
121. Stetson K., Thompson E., Donaldson J., et al. Laminar Boundary Layer Stability Experiments on a Cone at Mach 8. Part 1: Sharp Cone. // AIAA 16th Fluid and Plasma Dynamics Conference. – Danvers: AIAA 83-1761, 1983.
122. Li F., Choudhari M., Chang C.L., et al. Transition Analysis for the HIFiRE-1 Flight Experiment. // 41st AIAA Fluids Dynamics Conference. – Honolulu: AIAA 2011-3414, 2011.
123. Li F., Choudhari M., Chang C.L., et al. Stability Analysis for HIFiRE Experiments. // AIAA 42nd Fluid Dynamics Conference.: AIAA 2012-2961, 2012.
124. Eggers T., Longo J., Hoerschgen M., et al. The Hypersonic Flight Experiment SHEFEX. // 13th AIAA/CIRA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference. – Capua: AIAA 2005-3294, 2005.
125. Goynes C., Hall C., O'Brien W., et al. The Hy-V Scramjet Flight Experiment. // 14th AIAA/AHI Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference.: AIAA 2006-7901, 2006.
126. Reshotko E., Tumin A. Role of Transient Growth in Roughness-Induced Transition. // AIAA Journal. – 2004. – pp. 766-770.

127. Schneider S. Flight Data for Boundary Layer Transition at Hypersonic and Supersonic Speeds. // Journal of Spacecraft and Rockets. – 1999. – pp. 8-20.
128. Malik M. Prediction and Control of Transition in Supersonic and Hypersonic Boundary Layers. // AIAA Journal. – 1989. – pp. 1487-1493.
129. Johnson H.B., Candler G.V. Hypersonic boundary layer stability analysis using PSE-chem. // 35th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit.: American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, 2005.
130. Wright M., Candler G., and Bose D.A. Data-Parallel Line Relaxation Method for the Navier-Stokes Equations. // 13th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference.: AIAA 1997-2046, 1997.
131. Nompelis I., Drayna T., and Candler G.A. Parallel Unstructured Implicit Solver for Hypersonic Reacting Flow Simulation. // 17th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference. – Toronto, Ontario: AIAA 2005-4867, 2005.
132. Subbareddy P., Candler G.A. Fully-Discrete, Kinetic Energy Consistent Finite Volume Scheme for Compressible Flows. // Journal of Computational Physics. 2009. – pp. 1347-1364.
133. Estorf M., Radespiel R., Schneider S., et al. Surface-Pressure Measurements of Second-Mode Instability in Quiet Hypersonic Flow. // 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting. – Reno: AIAA 2008-1153, 2008.
134. Technologies for Propelled Hypersonic Flight. // NATO-RTO-AVT-WG10. 1998-2002.
135. Knight D. RTO WG 10: Test Cases for CFD Validation of Hypersonic Flight. // 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting. – Reno: AIAA 2002-0433, 2002.
136. Walker S., Schmisser J. CFD Validation of Shock-Shock Interaction Flow Fields. // 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting. – Reno: AIAA 2002-0436, 2002.
137. Harvey J., Holden M., and Wadhams T. Code Validation Study of Laminar Shock/Boundary Layer and Shock/Shock Interactions in Hypersonic Flow. Part B:

- Comparison with Navier-Stokes and DSMC Solutions. // 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting. – 2001.
138. Holden M., Wadhams T., Candler G., et al. Measurements in Regions of Low Density Laminar Shock Wave/Boundary Layer Interaction in Hypervelocity Flows and Comparison with Navier Stokes Predictions. // 41st AIAA Aerospace Sciences Meeting.: AIAA 2003-1131.
 139. Knight D., Schmisser J. Assessment of Aerothermodynamic Flight Prediction Tools. // Progress in Aerospace Sciences. 2012. – P. 1.
 140. Horvath T., Tomek D., Splinter S., et al. The HYTHIRM Project: Flight Thermography of the Space Shuttle During Hypersonic Re-entry. // 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting. – Orlando: AIAA 2010-0241, 2010.
 141. Saric W., Reed H. Crossflow Instabilities – Theory and Technology. // 41 stAIAA Aerospace Sciences Meeting. – Reno: AIAA 2003-771, 2003.
 142. Rasheed A., Hornung H., Federov A., et al. Experiments on Passive Hypervelocity Boundary-Layer Control Using an Ultrasonically Absorptive Surface. // AIAA Journal. 2002. – pp. 481-489.
 143. Martin M., Candler G. Temperature Fluctuation Scaling in Reacting Boundary Layers. // 31st AIAA Fluid Dynamics Confernce. – Anaheim: AIAA 2001-2717, 2001.
 144. Leyva I., Laurence S., Beierholm A., et al. Transition delay in hypervelocity boundary layers by means of CO₂/acoustic instability interactions. // 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting. – Orlando: AIAA 2009-1287, 2009.
 145. Bres G., Colonius T., and Fedorov A. Interaction of Acoustic Disturbances with Micro-Cavities for Ultrasonic Absorptive Coatings. // 5th AIAA Theoretical Fluid Mechanics Conference. – Seattle: AIAA 2008-3903, 2008.
 146. Hornung H., Adam P., Germain P., et al. On transition and transition control in hypervelocity flows. // Proceedings of the Ninth Asian Congress of Fluid Mechanics. 2002.

147. Jewell J., Leyva I., Parziale N., et al. Effect of Gas Injection on Transition in Hypervelocity Boundary Layers. // Proceedings of the 28th International Symposium on Shock Waves. – pp. 735-740.
148. Wagnild R., Candler G., Subbareddy P., et al. Vibrational Relaxation Effects on Acoustic Disturbances in a Hypersonic Boundary Layer Over a Cone. // 50th AIAA Aerospace Sciences Meeting. – Nashville: AIAA 2012-0922, 2012.
149. Кульчицкий В.А., Пчелкина Л.Б. К 100-летию со дня рождения А.В. Лыкова.
150. Кутателадзе С.С. Современные проблемы теории теплообмена и физической гидрогазодинамики. // Теплофизика – наука и инженерное искусство. Новосибирск: АН СССР, Сиб. отд-ние, Ин-т теплофизики, 1984. – С. 7-15.
151. Кутателадзе С.С., Леонтьев А.И. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. – Москва: Энергоатомиздат, 1985. – 319 с.
152. Кутателадзе С.С., Волчков Э.П., Терехов В.И. Аэродинамика и тепломассообмен в организованных вихревых потоках. – Новосибирск: Ин-т теплофизики, 1987. – 283 с.
153. Кошмаров Ю.А., Рыжов Ю.А. Прикладная динамика разреженного газа. – Москва: Машиностроение, 1977. – 184 с.
154. Андронов А.А., Рыжов Ю.А. Об одной бесконечности классической теории флуктуаций в невырожденном электронном газе. // УФН. – 1978. – Т. 126:2. – С. 323–331.
155. Рыжов Ю.А., Стриженов Д.С. Энергообмен при взаимодействии атомов с поверхностью идеального кристалла. // Докл. АН СССР. – 1967. – Т. 172:6. – С. 1309–1311.
156. Анфимов Н.А., Альтов В.В. Теплообмен, трение и массообмен в ламинарном многокомпонентном пограничном слое при вдуве инородных газов. // ТВТ. – 1965. – Т. 3:3. – С. 409–420.
157. Анфимов Н.А. Диффузионное разделение смеси газов при наличии диссоциации. // Докл. АН СССР. – 1964. – Т. 156:6. – С. 1316–1319.

158. Салахутдинов Г.М. Тепловая защита в космической технике. Т. 7. – Москва: Знание, 1982. – 64 с.
159. Глушко В.П. Космонавтика. – Москва: Советская энциклопедия, 1985. – 528 с.
160. Михатулин Д.С., Полежаев Ю.В., Ревизников Д.Л. Тепломассообмен, термохимическое и термоэрозионное разрушение тепловой защиты : [курс лекций]. – Москва: Янус-К, 2011. – 516 с.
161. Авдудевский В.С., Галицейский Б.М., Глебов Г.А. и др. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. / под ред. Авдудевский В.С., Кошкин В.К. – Москва: Машиностроение, 1975. – 623 с.
162. Полежаев Ю.В., Юревич Ф.Б. Тепловая защита. / под ред. А.В. Лыков. – Москва: «ЭНЕРГИЯ», 1976.
163. Иванов М.С., Рогазинский С.В. Сравнительный анализ алгоритмов метода прямого статистического моделирования в динамике разреженного газа. // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 1988. – Т. 28:7. – С. 1058–1070.
164. Аристов В.В., Иванов М.С., Черемисин Ф.Г. Решение задачи об одномерной теплопередаче в разреженном газе двумя методами. // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 1990. – Т. 30:4. – С. 623–626.
165. Осипов С. Н. З.А.В. Энергоэффективные малогабаритные теплообменники из пористых теплопроводных материалов. // Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. Минск: Энергетика, 2018. – Т. 61, Вып. 4. – С. 346-358.
166. Виды и типы теплообменников [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://eti.su/articles/over/over_1553.html?ysclid=lt1ti3qd5c493510314
167. Виды и типы теплообменников [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://e8company.ru/blog/vidy-teploobmennikov-obshchaya-informatsiya/?ysclid=lt1tijg3xq993519213>
168. Чушникова К.А. Форум молодых ученых. // История развития пластинчатых теплообменных аппаратов. – Тюмень., 2019.

169. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – 6-е изд. – Изд-во МГУ, 1999. – 798 с.
170. Калиткин Н.Н. Численные методы. / под ред. Самарского А.А. – Наука, 1978. – 512 с.
171. Шампайн Л.Ф., Гладел И., Томпсон С. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием MATLAB. Учебное пособие. Перевод с английского И.А. Макарова. – СПб.: Издательство «Лань», 2009. – 304 с.
172. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – 5-е изд. – М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1978. – 736 с.
173. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.
174. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. Пособ.: Для вузов. – 5-е изд. Т. 6, Гидродинамика. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 736 с.
175. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы / Пер. с англ. – М.: Мир, 1984.
176. Стренг Г., Фикс Д. Теория метода конечных элементов / Пер. с англ. – М.: Мир, 1977.
177. Белоцерковский О.М. Численное моделирование в механике сплошных сред. – М.: Физматлит, 1994.
178. Бенерджи П., Баттерфилд Р. Методы граничных элементов в прикладных науках // Пер. с англ. – М.: Мир, 1984.
179. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. – М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1976.
180. Castillo J.E. Mathematical aspects of grid Generation. – Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1991.
181. Суржигов С.Т. Радиационная газовая динамика спускаемых космических аппаратов больших размеров. // Теплофизика высоких температур. Москва. 2010. – Т. 48, Вып. 6. – С. 956-964.

182. Суржиков С. Т. Численное моделирование ударно-волнового взаимодействия с ламинарным пограничным слоем при гиперзвуковом обтекании моделей с изломом образующей//Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2019. Т.20, вып. 4.
183. Марчук Г.И. Методы расщепления. – М.: Наука, 1988. – 264 с.
184. Суржиков С.Т., Яцухно Д.С. Метод расщепления по физическим процессам в задаче моделирования обтекания перспективного высокоскоростного летательного аппарата. // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2018. – Вып. 1. – С. 20-33.
185. Ковеня В.М., Яненко Н.Е. Метод расщепления в задачах газовой динамики. – Новосибирск: Изд-во Наука. Сибирское отделение, 1981. – 304 с.
186. Железнякова А.Л., Суржиков С.Т. Применение метода расщепления по физическим процессам для расчета гиперзвукового обтекания пространственной модели летательного аппарата сложной формы. // ТВТ. – 2013. – Т. 51, вып. 6. – С. 897–911.
187. Годунов С.К. Численное решение многомерных задач газовой динамики. 1976.
188. Liou M.S. A Sequel to AUSM: AUSM+. // J. Comput. Phys. 1996. – pp. 364-382.
189. Van Leer B. Flux-vector splitting for the Euler equations. // 8th Int. Conf. on Num. Meth. in Fluid Dyn. Lecture Notes in Physics. – Springer. – 1982. – pp. 507-512.
190. Kryuchkova A.S. Development and testing of non-viscid solver based on UST3D programming code. // Journal of Physics: Conference Series. 2019.
191. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1989. – 608 с.
192. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: учеб. пособие для-вузов. – М. – 1989. – 432 с.
193. Kim K.H., Kim C., and Rho O.H. Methods for the Accurate Computations of Hypersonic Flows I. AUSMPW+ Scheme. // Journal of Computational Physics. 2001. – Vol. 174, No. 1. – pp. 38-80.

194. Gnoffo, P.A., Computational Fluid Dynamics Technology for Hypersonic Applications. 2003, AIAA 2003-3259.
195. James N. Moss, "Hypersonic Flows About a 25° Sharp Cone," NASA Langley Research Center, MS 408A, Hampton, VA 23681-2199
196. Красильщиков А.П., Гурьяшкин Л.П. Экспериментальные исследования тел вращения в гиперзвуковых потоках. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 208 с. – ISBN 978-5-9221-0736-5.
197. Liseikin V.D. Grid Generation Methods. Springer. 1999.
198. Thompson J.F., Soni B.K., and Weatherill N.P. Handbook of Grid Generation. // CRC Press. 1998.
199. Surzhikov S.T. Calculation analysis of the experimental data of HIFiRE-1 using the computer code NERAT-2D. // Journal of Physics: Conference Series. 2018. – Vol. 1009, No. 012001.
200. Зиновьев В.Е. Теплофизические свойства металлов при высоких температурах. – «Металлургия», 1989.
201. Чиркин В.С. Теплофизические свойства материалов ядерной техники. – Москва: Атомиздат, 1967. – 474 с.
202. Kimmel R.L., Adamczak D., Gaitonde D., Rougeux A. and Hayes J.R. 45th AIAA Aerospace Sc. Meeting and Exhibit. // HIFiRE-1 Boundary Layer Transition Experiment Design. – 2007. – P. 534.
203. Марочник стали и сплавов [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.splav-kharkov.com>
204. Панкратов Б.М. Спускаемые аппараты. – М.: Машиностроение, 1984. – 232 с.
205. Железнякова А.Л., Суржиков С.Т. На пути к созданию модели виртуального ГЛА. I. – М.: ИПМех РАН, 2013. – 160 с.
206. Алексин В.А., Шевелев Ю.Д. Пространственный турбулентный пограничный слой на теле сложной формы. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. – Вып. 5. – С. 25-35.

207. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы-. – М.: Наука, 1973. – 400 с.
208. Белов И.А., Исаев С.А., Коробков В.А. Задачи и методы расчета отрывных течений несжимаемой жидкости. – Л.: Судостроение, 1989. – 256 с.
209. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. – М.: Мир, 1986. – 317 с.
210. Коннор-Дж., Бреббиа К. Метод конечных элементов.в механике жидкости. – Л.: Судостроение, 1979. – 264 с.
211. Ильин В.П. Методы конечных разностей и конечных объемов для эллиптических уравнений. – Новосибирск: Изд-во Ин-та. математики, 2000. – 345 с.
212. Holden M.S., Wadhams T.P. Code Validation Study of Laminar Shock/Boundary Layer and Shock/Shock Interactions in Hypersonic Flow Part A: Experimental Measurements. // AIAA Paper 2001-1031. 2001.
213. Yatsukhno D.S. Computational study of the waverider aerothermodynamics by the UST3D computer code. // J. of Physics: Conf. Series. 2018. – Vol. 1009, No. 01200.
214. Яцухно Д.С. Исследование аэротермодинамики высокоскоростных летательных аппаратов с использованием моделей совершенного и реального газа. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физикоматематических наук. – ИПМех РАН, 2019.
215. Яцухно Д.С. Численное моделирование аэродинамики волнолетов построенных на скачках уплотнения различной формы. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. – 2020. – Т. 21, вып. 1
216. Яцухно Д.С. О некоторых особенностях анализа экспериментальных данных по аэродинамике волнолетов. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. – 2020. – Т. 21, вып. 2
217. Лыков А.В., Тепломассобмен: (Справочник). 2-е изд., перераб. И доп. – М.: Энергия, 1978. – 480 с., ил.