

**Отзыв**  
на диссертацию Цуканова Ивана Юрьевича  
**«Контактные задачи для упругих тел с регулярным рельефом  
поверхностей»,**  
представленную на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук по специальности  
1.1.8 – механика деформируемого твердого тела.

Диссертация посвящена развитию аналитических решений контактных задач для упругих тел с регулярным рельефом поверхности.

Моделирование контактного взаимодействия упругих тел с регулярным рельефом поверхностей является **актуальной проблемой** механики деформируемого твердого тела, имеющей важное значение для трибологических приложений в различных областях техники, в которых создание рельефа на контактных поверхностях является одним из способов повышения функциональных характеристик сопряжения при нормальном и тангенциальном нагружении.

Работа состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы.

**Первая глава** посвящена обзору современного состояния исследований в области механики контакта упругих тел с поверхностным рельефом. Приведены постановки и методы решения плоских и пространственных контактных задач для периодического рельефа и конечной системы штампов, внедряющихся в упругое полупространство для различных граничных условий в зоне контакта и в зазоре между поверхностями.

**Вторая глава** содержит постановку и решение плоской периодической контактной задачи при внедрении в упругую полуплоскость тела с регулярным рельефом, имеющим форму выступов, описываемую гладкой четной функцией. Построены решения для определения распределения контактного давления, относительного смещения полуплоскости и размера области контакта в квадратурах и рядах. Также построены асимптотики решения периодической контактной задач для случаев малых и больших нагрузок на основе решений для единичного штампа и фиктивной трещины. Рассмотрено применение метода локализации для учета взаимного влияния областей контакта в асимптотических решениях.

**В третьей главе** получены асимптотические решения периодической контактной задачи для упругого полупространства и тела с двумерной синусоидальной волнистостью для случаев малых и больших приложенных нагрузок. На основе применения известных постановок задач для единичного неосесимметричного штампа и круговой фиктивной трещины получены выражения для определения площади фактического контакта и среднего зазора от номинального давления, которые позволили повысить точность результатов расчетов относительно данных численного моделирования по сравнению с более ранними асимптотическими

решениями. Также была проведена оценка отклонения формы области контакта от круговой при увеличении нагрузки на основе вариационного принципа.

**В четвертой главе** рассмотрены плоские контактные задачи для двухуровневой волнистой поверхности и волнистого цилиндра при внедрении в упругую полуплоскость. Получены аналитические выражения для распределения контактного давления и размеров областей фактического контакта от приложенного номинального давления. Проанализировано влияние геометрических параметров неровностей – амплитуды и частоты волнистости на изменение контактных характеристик с ростом нагрузки. Для контактной задачи о внедрении волнистого цилиндра в упругую полуплоскость проведена оценка влияния амплитуды, частоты и фазы волнистости на формирование односвязной области контакта с ростом нагрузки и определены критерии перехода от односвязной области контакта к многосвязной.

**В пятой главе** исследованы совместные эффекты формы и размеров выступов/впадин регулярного рельефа поверхности на размеры областей контакта, зон сцепления и проскальзывания при взаимодействии с упругой полуплоскостью в условиях частичного проскальзывания и одинаковых упругих константах материалов контактирующих тел. Получены решения контактных задач на основе теории Каттанео-Миндлина для двух периодических функций, описывающих рельеф с параметрически варьируемой формой выступов. Установлен характер влияния формы выступов на распределение контактных давлений, эквивалентных напряжений по Мизесу и размер области контакта при малых, умеренных и больших нагрузках.

**Обоснованность и достоверность** полученных результатов подтверждается корректной постановкой задач, применением строгих методов механики контактного взаимодействия и механики разрушения. Достоверность решений контактных задач обеспечивается, сравнением с известными аналитическими решениями и результатами численного моделирования, известными из литературных источников. Некоторые результаты главы 4 были сопоставлены с результатами экспериментов.

**Новыми результатами**, полученными соискателем, следует считать:

- решения плоской периодической контактной задачи для упругой полуплоскости и поверхности с регулярным рельефом при произвольной четной функции формы выступа и неизвестных границах областей контакта;
- аналитические выражения для определения распределения контактных давлений, размера областей контакта и функции дополнительного смещения при внедрении поверхности с регулярным рельефом, форма которого задана четным тригонометрическим многочленом;
- асимптотические решения плоской и пространственной контактной задач для упругих тел с регулярным рельефом поверхности в области малых и больших приложенных нагрузок и различной формы выступов/впадин;

- решения контактных задач для поверхности с регулярным рельефом, имеющим параметрически заданную форму выступов/впадин, и упругой полуплоскости в условиях частичного проскальзывания.

**Практическая значимость** диссертации заключается в том, что ее результаты могут быть использованы:

- для прогнозирования площади фактического контакта, контактной жесткости, теплового и электрического сопротивления, объема зазоров и сцепных свойств поверхностей упругих тел, имеющих регулярную поверхностную текстуру, в широком диапазоне приложенных нагрузок;

- для определения формы и размеров выступов/впадин регулярного рельефа, удовлетворяющих требуемым контактными характеристикам сопряжения при заданной нагрузке и/или зазоре между поверхностями.

Результаты выполненных исследований опубликованы в 28 работах, из них 14 - в международных рецензируемых журналах и изданиях, рекомендованных ВАК РФ. Результаты диссертации докладывались более чем на 20 всероссийских и международных конференциях и научных семинарах.

#### **Замечания по работе:**

1. В диссертации рассматриваются задачи в линейно упругой постановке, при этом основной акцент делается на определении контактных давлений и размеров зон контакта. Для большинства рассмотренных задач не представлен анализ реализующихся полей деформаций и напряжений с соответствующей оценкой допустимых нагрузок, при которых возможно использование рассматриваемой геометрически и физически линейной теории.
2. Несколько неясной представляется терминология, касающаяся малых/умеренных/больших нагрузок в рамках линейной теории. В диссертации эти уровни нагрузок соответствуют возникновению малых/средних/протяженных зон контакта, соответственно. Было бы полезно дать соответствующие конкретные оценки размеров зон контакта (в процентах от максимальной возможной площади контакта). Также возникает вопрос, могут ли быть реализованы режимы высоких нагрузок (в используемом смысле) без перехода в нелинейные режимы деформаций? Для каких классов материалов или при каких ограничениях на размеры параметра рельефа это возможно?
3. В разделе 2.1 представлено обобщение решения Вестергаарда для задачи о контакте жесткого тела, обладающего произвольной симметричной формой рельефа, с упругим полупространством. Самое по себе решение является ценным. Однако, не представлено вариантов задач, в которых бы применялось это решение, и был бы

дан детальный анализ сходимости полученных представлений в рядах.

4. В разделе 2.2.2 дается сравнение точных решений и решений, полученных с использованием метода локализации, для нескольких относительно простых задач (для синусоидального рельефа, для клиновидного рельефа). Возникает вопрос, если известно точное решение, то зачем использовать приближенные оценки? Для проверки справедливости приложенного метода? Это не совсем ясно из текста диссертации.
5. В задаче сравнения точного решения и решения, полученного по методу локализации, для клиновидного рельефа в разделе 2.2.2 в вершине клина реализуются бесконечные напряжения. Не создает ли это сложностей при использовании метода локализации при вычислении (интегрировании) среднего давления, действующего вне рассматриваемой зоны с единичным выступом? Возникают ли в связи с этим дополнительные ограничения, накладываемые на угол раскрытия клиновидного рельефа?
6. В разделе 3.1.1 утверждается, что функция вида  $\cos(nx)\cos(ny)$  соответствует геометрически изотропному рельефу, однако, с формальной точки зрения такой тип геометрии, скорее относится к кубической симметрии.
7. На стр. 82 утверждается, что «область контакта неровности, изображенной на рис. 3.3. и упругого полупространства не всегда является круговой, вследствие отсутствия осевой симметрии у штампа (неровности)». По-видимому, эта область никогда не является круговой, но только приближенно может считаться таковой для малых нагрузок.
8. В разделе 3.1 вводится радиус эффективной круговой зоны, внутри которой определяются параметры контакта. Было бы интересно оценить точность такого подхода на основе сопоставления реализующихся характерных размеров зоны контакта и ее отклонения от круговой формы.
9. Насколько достоверным можно считать сопоставление с экспериментальными данными, в которых использовался рельефным цилиндр из податливого материала, а подложка была жесткой, с решением для жесткого цилиндра и упругого полупространства?
10. На стр. 122 получены простые аналитические оценки для критических параметров рельефа, при которых возможно обеспечение плотного контакта. Решения представляются интересными и важными с практической точки зрения, например, с точки зрения нормирования шероховатости материалов контактных пар и т.п. Была ли проведена проверка этих решений на основе численного моделирования?

11. В разделе 5 на представленных рисунках не ясно для какого уровня внешнего давления получены представленные решения. Уровни вычисленного контактного давления нормируются на приведенный модуль упругости материала. Однако, представляется интересным оценить уровень концентрации напряжений, то есть выполнить нормировку найденных контактных давлений по отношению к заданному внешнему давлению. Это также позволит оценить уровень критических нагрузок и диапазон применимости построенных линейных решений.
12. Есть замечания технического характера. Например: рисунки 3.1 и 3.2 не иллюстрируют системы координат; отсутствует цветовая шкала (легенда) на рис. 3.4; не ясно что за графики представлены на рис. 5.6 и насколько велика погрешность построенного аналитического решения по отношению к численному моделированию на этом рисунке; несколько раз упоминаемое утверждение, что «решение задачи Фламана предполагается справедливым», является очевидным и др.

Сделанные замечания не снижают общего уровня полученных результатов и могут рассматриваться, как предложения для дальнейшей работы. В целом, результаты диссертационной работы представляют собой законченное исследование, посвященное решению крупной научной проблемы, имеющей важное практическое значение. Работа удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к докторским диссертациям. Ее автор, Цуканов Иван Юрьевич, заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.8. Механика деформируемого твердого тела.

В.н.с. лаборатории неклассических моделей композитных материалов и конструкций ФГБУН «Институт прикладной механики РАН», д.ф.-м.н.



Соляев Юрий Олегович

11.03.2024г.

ИПРИМ РАН, Ленинградский пр-т., 7, Москва, 125040. Тел.: +7(925)1276888, e-mail: yurysolyaev@yandex.ru

Подпись Соляева Юрия Олеговича заверяю  
Начальник отдела кадров ИПРИМ РАН



О.Ю. Куликова