

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Сандуляну Штефана Васильевича «Асимптотические и численные методы исследования взаимодействия газовых пузырьков в жидкости вблизи их контакта в пульсирующем поле давления», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.05 — механика жидкости, газа и плазмы

Изучение динамики находящихся в жидкости газовых пузырьков представляет собой большой научный и практический интерес. Воздействие ультразвука на пузырьки находит широкое применение в медицине, биологии, химии, различных областях промышленности. Эффективность технологических процессов определяется количеством и размерами пузырьков, на которые, в свою очередь, значительно влияет процесс коалесценции. Тема диссертационной работы, посвященной исследованию процесса слияния пузырьков при воздействии акустического поля, является несомненно актуальной.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, который включает 93 наименования. Общий объем диссертации составляет 129 страниц.

Во **введении** перечислены цели и основные задачи исследования, обоснована актуальность темы, указаны ее научная новизна, теоретическая и практическая значимость, дан краткий обзор литературы, сформулированы основные положения, выносимые на защиту.

В **первой главе** сделан обзор литературы, посвященной задаче о взаимодействии в жидкости двух пульсирующих газовых пузырьков (а также двух твердых сфер постоянных или переменных радиусов). Приведены постановка задачи и обоснование сделанных упрощающих предположений. Обозначены основные результаты работы.

Во **второй главе** решается задача о нахождении кинетической энергии неограниченного объема идеальной несжимаемой жидкости при движении двух сфер переменного радиуса вдоль прямой, соединяющей их центры. Течение полагается осесимметричным и потенциальным. Для функции тока в бисферических координатах записано уравнение, отвечающее отсутствию в течении вихрей. Функция тока ищется в виде разложения по полиномам Гегенбауэра, коэффициенты которого определяются из граничного условия непротекания на поверхности сфер. Полученное выражение для функции тока использовано для нахождения кинетической энергии в виде квадратичной функции от скоростей центров сфер и скоростей изменения их радиусов. Для

десяти коэффициентов этой квадратичной формы указаны их явные выражения через радиусы сфер и расстояние между их центрами.

С помощью специальной методики, основанной на использовании преобразования Меллина, были получены асимптотические разложения коэффициентов кинетической энергии вблизи контакта сфер, проведены оценки остаточных членов разложений. Найдены асимптотические разложения гидродинамической силы, действующей на сферы.

В **третьей главе** рассматривается задача о движении двух сфер переменных радиусов вдоль линии их центров в неограниченном объеме вязкой несжимаемой жидкости. Течение полагается осесимметричным. Используется приближение Стокса. Были рассмотрены три типа граничных условий — условие прилипания, условие отсутствия тангенциальных напряжений и общее условие проскальзывания. В случаях выполнения первых двух условий найдены в явном виде выражения для функции тока и вязких сил, действующих на сферы. С использованием приближения тонкого слоя была получена асимптотика вязкой силы вблизи контакта для случая условия проскальзывания.

Четвертая глава посвящена анализу поведения воздушных пузырьков в жидкости при акустическом воздействии. Использовались уравнения Лагранжа, в которых кинетическая энергия и действующие на пузырьки силы определялись выражениями, полученными в главах 2 и 3. Благодаря тому, что сумма главных асимптотик вязких сил оказалась равной нулю, удалось методом Рауса свести систему уравнений к одному обыкновенному дифференциальному уравнению относительно безразмерного зазора между пузырьками. Анализ этого уравнения был проведен методом осреднения, результаты были подтверждены численным решением уравнений Лагранжа.

Для различных значений параметра вязкости и отношения радиусов пузырьков были построены зависимости осредненной силы от среднего расстояния между пузырьками и зависимости относительного зазора от времени для различных видов граничных условий.

Сделаны выводы качественного характера относительно поведения пузырьков. Установлено, что при отношении радиусов, меньшем 2.8, пузырьки будут сливаться, а при отношении больше 3 слияние может отсутствовать. В последнем случае существует диапазон значений параметра вязкости и амплитуды пульсаций, в котором неограниченное сближение пузырьков не возникает, колебания происходят относительно некоторого конечного расстояния между ними. Эти выводы сделаны при использовании выражения для вязкой силы, соответствующего случаю условия прилипания на границе пузырька. Для случая нулевого тангенциального напряжения при всех рассмотренных значениях параметров вязкости и амплитуды колебаний

наблюдалось неограниченное сближение пузырьков, т.е. всегда имело место их слияние.

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертационной работы.

Новизна диссертационной работы заключается в том, что впервые проведено исследование поведения пульсирующих пузырьков различного радиуса вблизи их контакта и в рамках сделанных допущений установлен критерий, определяющий возможность их слияния.

Достоверность результатов диссертации определяется применением классических постановок задач и строгих математических методов. Автором выполнена тщательная верификация полученных решений путем сравнения в частных случаях с результатами работ В. Хикса, О.В. Воинова, А.Г. Петрова и других авторов.

Результаты диссертации являются новыми и представляют интерес для приложений. Работа выполнена на высоком научном уровне.

Основные результаты диссертации опубликованы в 12 научных работах, из них 3 индексированы в базах данных WoS или Scopus и входят в список рекомендуемых изданий ВАК РФ.

Содержание диссертации соответствует заявленной специальности. Автореферат достаточно полно отражает содержание диссертационной работы.

Диссертация Ш.В. Сандуляну является законченной научно-квалификационной работой.

По диссертационной работе имеются следующие замечания:

1. Одним из существенных принятых в работе допущений является сохранение сферической формы пузырьков в процессе их движения в жидкости. Это предположение не вызывает сомнений в случае, когда газовые пузырьки малых размеров находятся на относительно больших расстояниях друг от друга. Но в настоящей работе основное внимание уделяется исследованию гидродинамического взаимодействия пузырьков вблизи их контакта. Например, принятое условие слияния пузырьков подразумевает их сближение вплоть до значений относительного зазора между ними порядка 0.001. В этой ситуации было бы желательно более детальное обсуждение вопроса о сохранении сферической формы пузырьков.

2. В разделе 1.3 делается вывод о том, что пульсации пузырьков происходят с одинаковыми относительными амплитудами и фазами. Это

следует из уравнений (1.2.4), (1.2.5) при пренебрежении инерционными членами и в случае, когда потенциальная энергия определяется формулой (1.3.3). Во-первых, отсутствует оценка членов этих уравнений. Во-вторых, не упоминается, что соотношение (1.3.3) имеет указанный вид только при дополнительном предположении о малости параметров $\sigma/p_\infty R_{i0}$. В противном случае амплитуда колебаний пузырька будет зависеть от его среднего радиуса. Следует отметить, что при сравнении с экспериментальными данными выполнение этого условия необходимо контролировать.

3. В главе 3 отсутствует обсуждение физического содержания используемых условий на границе воздушных пузырьков (прилипания, свободной границы или общего условия скольжения) и связанного с этим вопроса о выборе значений определяющих параметров задачи.

4. В главе 3 указано, что система уравнений Стокса в приближении тонкого слоя (3.7.12) приведена в безразмерном виде. При этом не сказано как вводились эти безразмерные величины. Кроме того, чуть ниже в формулах опять появляются размерные параметры, носящие те же обозначения, что и безразмерные. По-видимому, (3.7.12) следует рассматривать как соотношения между размерными величинами, добавив недостающий коэффициент вязкости.

5. При выборе значения относительного зазора, достаточного для слияния пузырьков, приводится ссылка на работу [72] без каких бы то ни было дальнейших разъяснений.

6. В главе 3 значительное внимание было уделено получению асимптотики вязкой силы вблизи контакта для общего условия проскальзывания. Однако четвертая глава не содержит расчеты для этого случая и влияние параметров скольжения на поведение пузырьков не изучается.

7. Приведенный в автореферате список цитированной литературы перегружен, что представляется неуместным. В автореферате уравнение для функции тока, используемое в третьей главе, ошибочно названо бигармоническим.

Указанные замечания не снижают положительной оценки работы в целом.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертация Ш.В. Сандуляну «Асимптотические и численные методы исследования

взаимодействия газовых пузырьков в жидкости вблизи их контакта в пульсирующем поле давления» удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, и по своим квалификационным признакам соответствует всем пунктам "Положения о порядке присуждения ученых степеней", утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. № 842 (ред. от 01.10.2018), а ее автор, Сандуляну Штефан Васильевич, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.05 - механика жидкости, газа и плазмы.

Доктор физико-математических наук
по специальности 01.02.05 - механика
жидкости газа и плазмы,
профессор кафедры гидромеханики
механико-математического факультета
Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова



С.Л. Толоконников

15 августа 2020 г.

Телефон: 8(495)939-39-58 (служебный)

E-mail: tolsl@mech.math.msu.su

Почтовый адрес: 119991. ГСП-1, г. Москва,
Ленинские горы 1, Главное здание МГУ,
Механико-математический факультет

Подпись профессора Толоконникова Сергея Львовича
удостоверяю:

Декан механико-математического факультета
МГУ имени М.В. Ломоносова
член-корр. РАН



А.И. Шафаревич