

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

**на диссертационную работу Степанова Фёдора Игоревича
«Пространственная контактная задача с трением для вязкоупругих тел»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-
математических наук по специальности 01.02.04 – Механика
деформируемого твердого тела.**

Раздел механики деформируемого твердого тела, посвященный контактными задачам, всегда вызывал и вызывает большой теоретический и практический интерес, который обоснован всё возрастающим уровнем развития современных технологий и потребностями самых различных отраслей промышленности. Теория контактного взаимодействия твердых деформируемых тел играет важную, а в ряде случаев, определяющую роль в развитии машиностроения, фундаментостроения и сейсмостойкого строительства, геофизики, сейсмологии, авиакосмической отрасли, приборостроения и многих других отраслей современной техники.

Потребности в совершенствовании методов расчета деталей и узлов машин, инженерных конструкций и сооружений для прогнозирования их ресурсной способности, прочности и долговечности стимулируют фундаментальные и прикладные исследования в области контактных задач для тел с усложненными свойствами. Одной из таких моделей является модель линейного вязкоупругого тела, которая учитывает реономные свойства материала. Контактные задачи теории вязкоупругости математически представляют собой краевые или начально-краевые задачи с граничными условиями смешанного типа. Построение их решения дополнительно осложнено наличием интегральных операторов свертки типа Вольтера, характеризующих наследственные свойства и, в ряде случаев, неизвестной заранее областью контакта и учетом трения. Задачи этого типа сводятся к интегральным уравнениям или к системам интегральных уравнений, для решения которых приходится разрабатывать и применять оригинальные методы и алгоритмы.

Исходя из вышеизложенного, диссертационная работа Фёдора Игоревича Степанова, в которой получены и исследованы решения **новых** пространственных контактных задач теории вязкоупругости с учетом касательных напряжений в области контакта, несомненно **является актуальной в теоретическом и прикладном отношении.**

Достоверность полученных результатов не вызывает сомнений. Постановка задачи основана на корректной математической модели теории вязкоупругости. Для решения задачи были разработаны и реализованы оригинальные алгоритмы и вычислительные программы, базирующиеся на хорошо зарекомендовавшем себя применительно к решению интегральных уравнений методе граничных элементов. В результате задача сведена к решению системы линейных алгебраических уравнений. Для вычисления её коэффициентов использован известный метод Симпсона, а для получения решения – метод Гаусса с выбором главного элемента. Кроме того, было проведено сравнение полученных автором результатов для частного случая индентора и плоской постановки задачи с имеющимися аналитическими решениями других авторов. Также получено асимптотическое решение при стремлении к нулю скорости скольжения штампа, которое совпало с аналогичным решением в упругой постановке.

Обоснованность научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации основывается на использовании строгих математических методов, проведении широких параметрических исследований решений поставленных задач, а также на совпадении полученных результатов с известными для частных случаев.

Практическая значимость работы обеспечена возможностью применения полученных результатов в фундаментостроении при моделировании множественного контакта жестких тел с вязкоупругим полупространством, в приборо- и машиностроении для оценки прочности и долговечности фрикционных узлов деталей и механизмов, а также для оценки деформационных потерь при трении в трибосопряжениях.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы.

Во **введении** изложено современное состояние исследований по тематике диссертационной работы, обоснована актуальность, новизна и практическая значимость результатов научных исследований, приведенных в диссертации. Поставлены цели работы, приведены наиболее значимые публикации автора, представлено краткое содержание работы по главам.

В первой главе приведена постановка, разработан метод и получено решение пространственной контактной задачи о фрикционном скольжении гладкого индентора по поверхности вязкоупругого полупространства. Материал полупространства характеризуется постоянным коэффициентом Пуассона. На границе полупространства ставятся условия смешанного типа. Предполагается, что известна нормальная сила, с которой индентор вдавливаются в среду. Процесс скольжения индентора считается установившимся. Требуется по заданной форме индентора, силе вдавливания и при условии отсутствия напряжений на границе вне области контакта определить область контакта, распределение контактного давления и внедрение индентора. Для этого автор использовал известное выражение нормальных перемещений границы упругого полупространства через компоненты сосредоточенной силы, движущейся вдоль поверхности полупространства. Заменяя константы этого выражения операторами вязкоупругости и интегрируя полученное равенство по области контакта, автор приходит к разрешающей задаче интегральному уравнению. Далее возникает сложность с определением неизвестной области контакта. Для определения её формы и размеров в задачу привлекается интегральное равенство: интеграл по площадке контакта от искомым нормальных напряжений должен быть равен заданной силе вдавливания. Полученная система интегральных уравнений решается с использованием метода граничных элементов. При этом выбирается прямоугольная область, принадлежащая поверхности полупространства, заведомо большая, чем искомая площадка контакта и разбивается на равные прямоугольные граничные элементы. Полагая, что в пределах каждого элемента

контактное давление является постоянным, система интегральных уравнений сводится к системе линейных алгебраических уравнений, число которых на единицу превышает число граничных элементов. Коэффициенты этой системы, являющиеся коэффициентами влияния, выражаются через интегралы от известных функций по граничным элементам. В силу зависимости этих коэффициентов лишь от взаимного расположения граничных элементов, все коэффициенты можно получить из решения вспомогательной задачи о воздействии на границу полупространства одного элемента, нагруженного единичным давлением. Полученная система линейных алгебраических уравнений решается методом Гаусса. Затем организуется итерационный процесс поиска области контакта. Если в решении присутствуют элементы с отрицательным давлением, то на следующей итерации действующее на них давление полагается равным нулю и процесс повторяется заново до тех пор, пока полученное решение не будет содержать отрицательных давлений. В результате приближенно определяется область контакта, распределение контактного давления, касательных напряжений и величина внедрения ударника. Затем, с помощью решений задач Буссинеска и Черрути определяется напряженное состояние внутри полупространства. Проведено широкое параметрическое исследование процесса фрикционного скольжения. Показано совпадение результатов, полученных автором, с решением плоской задачи. Определено существенное влияние характеристик материала, скорости скольжения, наличия трения и вязкостных свойств на распределение контактного давления.

В главе 2 исследована задача о скольжении гладкого штампа по границе вязкоупругого полупространства в сопровождении двух сосредоточенных сил. При этом в правой части граничных условий в перемещениях появляется новая неизвестная функция, обусловленная пригрузкой от двух сосредоточенных сил, кроме того, вне области контакта граничные условия становятся неоднородными – в правые части входят дельта-функции, математически описывающие сосредоточенные силы. Дополнительные перемещения, обусловленные пригрузкой, с использованием линейности задачи вычисляются независимо от

влияния индентора с помощью интегрального соотношения, полученного в первой главе. Далее задача решается с помощью алгоритма, разработанного в главе 1. Приведены графические результаты решения задачи. Показано существенное влияние пригрузки на геометрию области контакта, распределение контактного давления и деформационную составляющую коэффициента трения. Выявлен интересный эффект возникновения отрицательных значений деформационной составляющей при определенном скоростном режиме, приводящее к возникновению касательной силы, толкающей индентер по направлению движения.

В третьей главе рассмотрена задача о скольжении двух, расположенных друг за другом, штампов по вязкоупругому полупространству. При этом в правые части граничных условий в перемещениях для обоих штампов входят дополнительные функции, возникающие из-за взаимной пригрузки. Решение задачи основано на методах и алгоритмах, предложенных и реализованных в предыдущих главах. По сравнению с задачей главы 2 здесь имеется существенное усложнение, связанное с невозможностью заранее определить перемещения, возникающие от пригрузок. В этой связи предложена итерационная процедура, основанная на попеременном уточнении взаимного влияния инденторов, состоящая в следующем. Сначала по алгоритму главы 1 решается задача для головного индентора. Затем определяются перемещения, которые будут дополнительными для второго индентора. Решается задача для второго индентора и определяются перемещения, которые будут дополнительными для головного индентора и т.д. Итерационная процедура прекращает работу по достижению заданной точности практической сходимости. Проведен анализ результатов решения, который позволил выявить особенности процесса взаимного влияния инденторов друг на друга. Определено существенное влияние расстояния между инденторами на деформационную составляющую коэффициента трения.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы.

Замечания по диссертационной работе

1. Хорошо было бы представить полную замкнутую математическую постановку задачи. В диссертации фактически приведены лишь граничные условия. Хотя из изложения понятно о чём идет речь, полная математическая постановка задачи внесла бы дополнительную ясность и украсила работу.
2. В правой части формулы (1.9) следовало бы использовать обозначения для напряжений, ранее принятые в работе. Также желательно было пояснить переход от суммы экспоненциальных ядер к одному ядру (формула (1.10)).
3. В главе I стр. 19 сказано, что исследование контактной задачи сводится к построению решения интегрального уравнения (1.10) при заданной из граничных условия функции перемещений $w(x, y)$. Однако, задана не эта функция, а только форма штампа – функция $f(x, y)$. Величина внедрения штампа, а следовательно, и перемещения, являются неизвестными и определяются в процессе решения.
4. Следовало бы привести выражения для свободных членов f_k ($k = 1..N$) системы уравнений (1.11) и указать, что $N = N_1 N_2$ – это число граничных элементов. Так же было бы желательно выписать квадратурные формулы для определения коэффициентов этой системы k_{ij} , содержащих несобственные интегралы.
5. На стр. 21 фраза «в рассматриваемом случае радиус», по видимому, является лишней.
6. В работе для определения механической составляющей коэффициента трения используется формула (1.14), полученная для задачи о скольжении кругового цилиндра. Следовало бы дать пояснения насчет правомерности использования этой формулы для инденторов с формой

поверхности отличной от цилиндра. Или, если эта формула обобщена на инденторы произвольной формы, то надо было дать вывод этой формулы. Кроме того, нужно было пояснить, что подразумевается под величиной r в этой формуле.

7. В формулах (1.15), (1.16) в правых частях необходимо использовать другие обозначения для компонент сосредоточенной силы. В работе они совпадают с обозначениями для напряжений.
8. Имеются незначительные редакторские замечания: на стр. 21 ссылка на формулу (1.10) должна быть заменена на (1.11); на стр. 30 ссылку на рис. 1.5 следует заменить на рис. 1.6; на стр. 35 ссылку на формулу (1.13) следует заменить на (1.14).

Приведенные замечания имеют редакционный и рекомендательный характер, не снижают общего положительного впечатления от работы и не ставят под сомнение достоверность и обоснованность полученных в ней новых научных результатов. Автореферат диссертации хорошо оформлен и достаточно полно отражает содержание работы.

Заключение

Диссертационная работа Фёдора Игоревича Степанова является законченной научно-квалификационной работой, выполненной на высоком научном уровне, в которой приведена постановка, разработан метод и реализован алгоритм решения новых пространственных контактных задач с учетом трения для гладких инденторов и вязкоупругого полупространства. Результаты, полученные автором, имеют существенное значение для развития механики контактных взаимодействий тел, обладающих реономными свойствами.

Диссертация отвечает требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям, автореферат достаточно полно отражает основное её содержание.

