

На правах рукописи

Гончаров Дмитрий Александрович

**Разработка**  
**экспериментально-аналитического метода**  
**расчета колебаний двухслойной жидкости в**  
**сосуде с проницаемой перегородкой**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Москва – 2016

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Научный руководитель:	доктор технических наук, профессор <b>Пожалостин Алексей Алексеевич</b> , МГТУ им. Н.Э. Баумана, профессор кафедры «Теоретическая механика».
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук <b>Стурова Изольда Викторовна</b> , Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, главный научный сотрудник; кандидат физико-математических наук, <b>Гавриков Александр Александрович</b> Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН.
Ведущая организация:	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ)

Защита состоится 16 февраля 2017 г. в 15 час. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 002.240.01 при Институте проблем механики имени А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, расположенном по адресу: 119526 Москва, проспект Вернадского, д.101, корп.1

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ИПМех РАН (<http://www.ipmnet.ru>)

Автореферат разослан 15 декабря 2016 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета Д 002.240.01,  
кандидат физико-математических наук

Сысоева Е.Я.

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы исследования.** Задачам о колебаниях жидкостей в ограниченных объемах, ставшим традиционными для гидродинамики, посвящено весьма существенное число экспериментальных и теоретических исследований. Последние, как правило, предполагают разработку аналитических или численных моделей. Исследования колебаний жидкости в ограниченных объемах обусловлены важным прикладным значением такого рода движений жидкости, возникающим из технических приложений, реализуемых в ракетно-космической и авиационной технике, транспортной технике или, например, при моделировании биологических систем. В этой связи, как правило, возникают задачи гидроупругости, где исследуются взаимодействия жидкости с упругой стенкой или днищем. Кроме того, к задачам о колебаниях жидкости в ограниченном объеме приводят некоторые гидрологические проблемы, например, сейши в озерах и водоемах.

Топливные баки космических летательных аппаратов обеспечивают сохранность жидкого топлива в течение продолжительного времени. Для космического летательного аппарата, совершающего различные маневры в своем орбитальном движении, необходимо обеспечивать бесперебойную подачу компонент топлива от топливного бака в двигательную установку, в том числе, и из состояния малой гравитации. Для решения этой задачи широко применяются системы обеспечения запуска двигательной установки, представляющие собой экраны (разделители), выполненные из пористого материала, удерживающие компоненты жидкого топлива у заборного устройства. Таким образом, топливный бак космического аппарата представляет собой сосуд разделенный проницаемой перегородкой,

что приводит к демпфированию колебаний жидкости, обусловленному наличием разделителя.

Течение жидкости сквозь пористую среду традиционно рассматривают с позиций теории фильтрации и закона Дарси, что позволяет формулировать краевые задачи о колебаниях жидкости в сосудах с пористой средой.

Двигательная установка, тракт питания и топливный бак образуют замкнутую колебательную систему, в которой возможны автоколебания, для анализа которых необходимо учитывать пульсации давления на выходе жидкости из бака, для чего необходимо определять собственные частоты осесимметричных колебаний бака с жидкостью с учетом демпфирования на разделителе.

Создание новых космических летательных аппаратов актуализирует вопрос о разработке новых расчетных методов, конструктивно-обусловленных расчетных моделей, позволяющих определять динамические характеристики баков с элементами систем обеспечения запуска двигательной установки.

**Цели и задачи диссертационной работы.** Целью настоящей диссертационной работы является разработка математической модели колебаний упругого сосуда, заполненного двухслойной жидкостью, разделенной проницаемой перегородкой, учитывающей сопротивление перегородки.

Для достижения указанной цели решаются следующие задачи:

- Формулируются ряд краевых задач с граничными условиями. Находятся их решения.
- Устанавливается зависимость приведенного коэффициента сопро-

тивления при течении сквозь перегородку от приведенного коэффициента демпфирования системы.

- Разрабатывается методика экспериментального определения приведенного коэффициента демпфирования системы.

### **Научная новизна.**

Получены новые результаты, в частности:

- Получены аналитические решения задач о малых симметричных колебаниях жидкостей в сосудах.
- Разработана модель колебаний жидкости в сосуде с проницаемой перегородкой. Сопротивление перегородки учитывается посредством приведенного коэффициента сопротивления. Определена зависимость последнего от частотных параметров и коэффициента затухания.
- Разработан экспериментальный стенд, позволяющий создавать осесимметричные движения жидкости в сосудах, регистрировать собственные частоты колебаний.

### **Теоретическая и практическая значимость.**

- Разработанная модель взаимодействия жидкого топлива с проницаемым разделителем позволяет определять условия при которых в системе двигательная установка — топливный бак возникает автоколебательный режим работы.
- Разработана методика экспериментально-аналитического определения приведенного коэффициента демпфирования, что позволяет с одной стороны, обеспечивать устойчивость расчета вынужденных

колебаний и автоколебаний в ракетно-космической технике, а с другой — устанавливать границы применений гидравлических моделей в ракетной технике.

- Осуществлено внедрение научно-технических результатов работы в рамках НИР №01201355404, выполняемой в ИМАШ РАН в рамках п.№30 Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук «Методы анализа и синтеза многофункциональных механизмов и машин для перспективных технологий и человекомашинных комплексов. Динамические и виброакустические процессы в технике» на 2013 — 2020 годы.

**Методология и методы исследования.** В диссертации рассматривается модель динамического взаимодействия разделяющей перегородки с идеальной, несжимаемой, маловязкой жидкостью с потенциальным движением. Получены аналитические решения для соответствующих краевых задач математических моделей таких взаимодействий. Определяются собственные частоты и моды колебаний. Для решения краевых задач используется метод собственных функций для уравнения Лапласа, метод Галеркина и его модификации. Экспериментально исследуется демпфирование в колебательной системе с жидкостью, обусловленное наличием разделяющей проницаемой перегородки, выполненной на основе пористого материала. Эксперимент осуществляется методом вынужденных колебаний.

**Положения, выносимые на защиту:**

- Результаты решения краевых задач о малых симметричных колебаниях жидкости с разделяющей диафрагмой.

- Аналитическая зависимость между приведенным коэффициентом сопротивления и коэффициентом затухания.
- Методика экспериментального определения коэффициента затухания.
- Результаты экспериментальных исследований симметричных колебаний жидкости в сосуде цилиндрической формы. По результатам эксперимента получены численные значения коэффициентов затухания системы.

**Степень достоверности и апробация результатов.** Работа выполнена на базе фундаментальных положений теоретической механики, теории колебаний и гидромеханики. Достоверность получаемых результатов обусловлена:

- Применением строгих, апробированных моделей и математических методов для решения задач гидромеханики и математической физики, в частности: модели идеальной жидкости и метода собственных функций для уравнения Лапласа.
- Корректностью постановки задач, принятых допущений и ограничений.
- Применением известных методов экспериментального исследования на апробированном оборудовании и использованием современных регистрирующих средств.
- Согласованием теоретических и экспериментальных результатов с известными положениями гидромеханики и теории колебаний, а также результатами других исследователей.

Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях:

1. XVII сессия Международной научной конференции Fluxes and structures in fluids-2013, 25 — 28 июня 2013 года, Санкт-Петербург, Россия
2. 4-я Международная научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах», 26 — 29 ноября 2013 года, Москва, Россия
3. Научная конференция «Фундаментальные и прикладные задачи механики», посвящённая 135-летию кафедры теоретической механики им. профессора Н.Е. Жуковского МГТУ им. Н.Э. Баумана, 23 — 25 октября 2013 года, Москва, Россия
4. XXXVIII Академические чтения по космонавтике памяти академика С.П. Королёва, 28 — 31 января 2014 года, Москва, Россия
5. Международная научная конференция «Физико-математические проблемы создания новой техники», посвященная 50-летию юбилею НУК ФН МГТУ им. Н.Э. Баумана, 17 — 19 ноября 2014 года, Москва, Россия
6. 5-я Международная научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах», 25 — 28 ноября 2014 года, Москва, Россия
7. XVIII сессия Международной научной конференции Fluxes and structures in fluids-2015, 23 — 26 июня 2015 года, Калининград, Россия
8. XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, 20 — 24 августа 2015 года, Казань, Россия



**Публикации.** Материалы диссертации опубликованы в 17 печатных работах [1–17], из них 6 статей в рецензируемых журналах на момент публикации (из перечня ВАК), 5 сборников материалов конференций и 3 тезисов докладов.

**Личный вклад автора.** Все исследования, результаты которых изложены в диссертационной работе, проведены лично соискателем. Из совместных публикаций в диссертацию включен лишь принадлежащий непосредственно соискателю материал.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, 4-х глав, заключения и библиографии. Общий объем диссертации составляет 121 страниц, из них — 108 страниц текста, включая 42 рисунка. Библиография включает 133 наименования на 16 страницах.

## Содержание работы

**Во Введении** обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

**В первой главе** выполняется анализ современных литературных источников в области аналитических методов решения краевых задач гидроупругости, экспериментальных методов исследования в области теории колебаний и гидроупругости, инерционных систем обеспечения запуска двигательных установок космических летательных аппаратов, а также выполняется обзор современных конструкций баков космических летательных аппаратов с проницаемыми перегородками. Необходимость разработки математических моделей колебаний упругого бака, заполнен-

ного двухслойной жидкостью, разделенной проницаемой перегородкой, учитывающей сопротивление этой перегородки, обусловлена работами по созданию новых изделий ракетно-космической техники, в частности, перспективных разгонных блоков, со специфической внутрибаковой конструкцией, обусловленной необходимостью многократного запуска двигательной установки, что подтверждает ряд работ таких авторов как Кононов, Титаренко, Партола и Сапожников, опубликованных в течение последних лет.

Проведенный анализ публикаций свидетельствует о недостаточно проработанности вопроса о колебаниях жидкости в сосуде с проницаемой перегородкой: в ряде работ проницаемостью перегородки пренебрегается вообще: такой подход излагается в работах Поляева, Вауер; либо привлекаются модели течения жидкости в пористой среде (Партола), однако, в этом случае возникает вопрос о формулировании соответствующих краевых задач.

**Во второй главе** рассматривается ряд модельных задач об осесимметричных колебаниях двухслойной жидкости в цилиндрическом баке. Находятся аналитические решения краевых задач о малых осесимметричных колебаниях двухслойной жидкости совместно с разделяющей непроницаемой мембраной с различными условиями на свободной поверхности. Выполняется построение механического аналога для учета сил поверхностного натяжения. Решения краевых задач находятся при следующих допущениях:

- Рассматриваются малые осесимметричные колебания идеальной невязкой жидкости в ограниченном объеме.
- Рассматривается сосуд с жесткими стенками и различными моде-

лями упругого и неупругого днища.

- Движения жидкости — потенциальные с потенциалом скоростей  $\Phi$ .
- Рассматриваются два случая:
  - Разделитель моделируется упругой непроницаемой мембраной.
  - Разделитель полагается недеформируемым и проницаемым с приведенным коэффициентом сопротивления  $\gamma$ .
- Характерные значения для числа Рейнольдса:  $Re > 10^4$ .
- Характерные скорости: 0.01 ... 0.1 м/с.

Рассматривается задача о малых осесимметричных колебаниях двухслойной жидкости в закрытом цилиндрическом сосуде, разделенном мембраной. Введем цилиндрические координаты  $O\eta\eta z$ , связанные с центром мембраны. Жидкость заполняет области  $\vartheta_i$ ,  $i = 1, 2$ , потенциалы скоростей  $\Phi_i$ ,  $L$  — смачиваемая поверхность,  $S$  — поверхность разделителя, который моделируется посредством легкой, упругой мембраны. На  $L$  выполняются условия непротекания, в областях  $\vartheta_i$  — уравнения Лапласа для функций  $\Phi_i$ , на  $S$  выполняются кинематические условия:

$$\left. \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \right|_S = \left. \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \right|_S; \quad \left. \frac{\partial \Phi_i}{\partial z} \right|_S = \dot{w}, \quad (1)$$

где  $\dot{w}$  — скорость прогиба мембраны, и динамическое условие:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} = \frac{\rho_2}{\tau} \left. \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \right|_S - \frac{\rho_1}{\tau} \left. \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \right|_S, \quad (2)$$

где  $\tau$  — натяжение мембраны,  $w$  — прогиб мембраны,  $\rho_{1,2}$  — плотность жидкости в областях  $\vartheta_1$  и  $\vartheta_2$  соответственно. Для функции  $w(r, t)$  граничные условия обусловлены ограничением прогиба центра мембраны и

закреплением мембраны по контуру. Рассматривая задачу о нормальных колебаниях, потенциалы скоростей жидкостей приобретают вид:

$$\Phi_1 = e^{i\omega t} \left\{ C_{11}^{(0)} + C_{12}^{(0)} \frac{z}{R} + \sum_{n=1}^{\infty} C_1^{(n)} \frac{J_0 \left( \frac{\xi_{0n}}{R} r \right) \operatorname{ch} \left[ \frac{\xi_{0n}}{R} (z - h_1) \right]}{J_0(\xi_{0n}) \operatorname{sh} \left( \xi_{0n} \frac{h_1}{R} \right)} \right\}, \quad (3)$$

$$\Phi_2 = e^{i\omega t} \left\{ C_{21}^{(0)} + C_{22}^{(0)} \frac{z}{R} + \sum_{n=1}^{\infty} C_2^{(n)} \frac{J_0 \left( \frac{\xi_{0n}}{R} r \right) \operatorname{ch} \left[ \frac{\xi_{0n}}{R} (z + h_2) \right]}{J_0(\xi_{0n}) \operatorname{sh} \left( \xi_{0n} \frac{h_2}{R} \right)} \right\}, \quad (4)$$

$J_0$  — функции Бесселя 1-го рода,  $\xi_{0n}$  — собственные значения рассматриваемой краевой задачи.  $h_1, h_2$  — уровни заполнения жидкостей в областях  $\vartheta_1$  и  $\vartheta_2$ . Частота собственных колебаний системы определяется из соотношения:

$$\omega_n^2 = \left( \frac{\xi_{0n}}{R} \right)^3 \frac{\tau}{\varrho_2 \operatorname{cth} \left( \frac{\xi_{0n}}{R} h_2 \right) + \varrho_1 \operatorname{cth} \left( \frac{\xi_{0n}}{R} h_1 \right)}. \quad (5)$$

На графиках приведены зависимости частот колебаний от натяжения мембраны.

Рассмотрим теперь малые осесимметричные колебания жидкости в аналогичном сосуде, но со свободной поверхностью ( $\Sigma$ ). Введем цилиндрические координаты  $O_1 r \eta x_1$ , связанные с центром мембраны (S) и  $O_2 r \eta x_2$ , связанные с центром днища. Примем линеаризованное граничное условие на  $\Sigma$ . В этом случае функция прогиба примет вид:

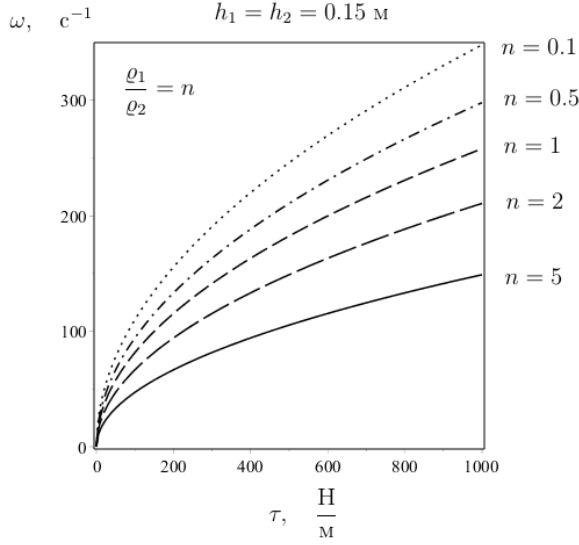


Рис. 1. Зависимость частоты первого тона от натяжения мембраны

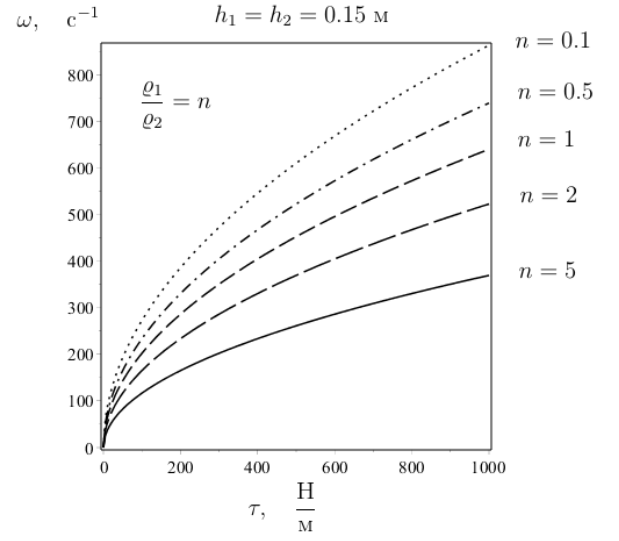


Рис. 2. Зависимость частоты второго тона от натяжения мембраны

$$w_r(r) = C_1 + \omega^2 \frac{\rho_1}{\tau} \left[ -C_{10} \frac{h_1 r^2}{R} - \sum_{i=1}^{\infty} C_{1i} \left( \frac{R}{\xi_i} \right)^2 J_0 \left( \xi_i \frac{r}{R} \right) \right] - \omega^2 \frac{\rho_2}{\tau} \left[ -C_{22} \frac{r^2}{4} + \sum_{i=1}^{\infty} C_{2i} J_0 \left( \xi_i \frac{r}{R} \right) \left( \frac{R}{\xi_i} \right)^2 \operatorname{ch} \left( \xi_i \frac{h_2}{R} \right) \right]. \quad (6)$$

Для определения произвольных постоянных будем разлагать  $\frac{r^2}{4}$  в ряд по функциям Бесселя  $J_0 \left( \xi_i \frac{r}{R} \right)$ :

$$\frac{r^2}{4} = \sum_{i=1}^{\infty} \theta_i J_0 \left( \xi_i \frac{r}{R} \right) + \beta_0,$$

где

$$\beta_0 = \frac{R^2}{8}, \quad \theta_i = \frac{4}{J_0(\xi_i)} \frac{R^2}{\xi_i^2}.$$

Тогда, получим частотное уравнение, правая часть которого будет представлять собой мероморфную функцию с бесконечным числом простых

ПОЛЮСОВ:

$$\omega^2 \left[ \frac{\rho_2}{\tau} \sum_{i=1}^{\infty} \beta_{2i} \frac{R^3}{\xi_i^3} J_0(\xi_i) \operatorname{cth} \alpha_{2i} - \frac{\rho_1}{\tau} \sum_{i=1}^{\infty} \beta_{1i} \frac{R^3}{\xi_i^3} J_0(\xi_i) \right] = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\theta_i J_0(\xi_i)}{\beta_0} \quad (7)$$

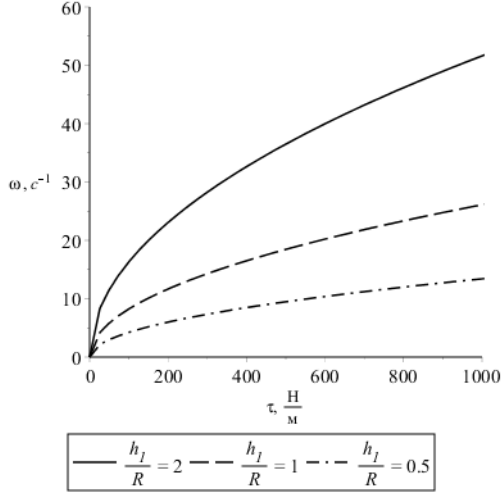


Рис. 3. Зависимость частоты первого тона колебаний от натяжения мембраны

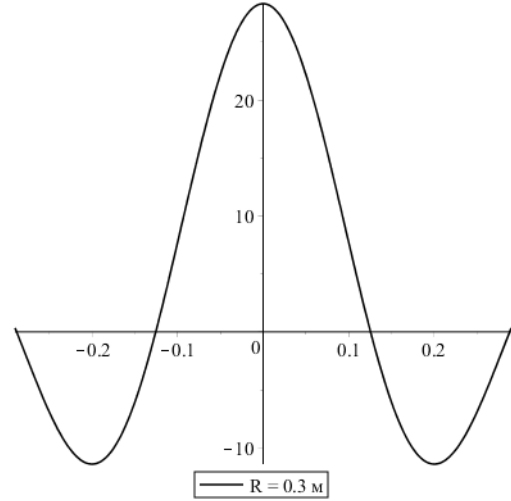


Рис. 4. Графическое изображение формы колебаний I-го тона

На рис.3 и рис.4 приведены зависимости частоты первого тона колебаний от натяжения мембраны и форма колебаний 1-го тона мембраны.

Рассматривая задачу о малых осесимметричных колебаниях двухслойной жидкости в условиях малой гравитации линейризованное условие на свободной поверхности приобретает вид:

$$-\frac{\rho_1}{\sigma_1} \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} + \frac{\rho_1}{\sigma_1} \frac{\partial \Pi}{\partial x_1} u - \Delta u = 0, \quad (8)$$

где  $\Pi = gx_1$  — потенциал массовых сил,  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения. В этом случае, функция прогиба мембраны имеет вид

$$w_r(r) = C_1 + \frac{\varrho_1}{\tau} \omega^2 \left[ -C_{10} \frac{h_1 r^2}{R} - \sum_{i=1}^{\infty} C_{1i} \left( \frac{R}{\mu_i} \right)^2 J_0 \left( \frac{\mu_i r}{R} \right) \Lambda_i \right] - \frac{\varrho_2}{\tau} \omega^2 \left[ -C_{22} \frac{r^2}{4} + \sum_{i=1}^{\infty} C_{2i} J_0 \left( \frac{\mu_i r}{R} \right) \left( \frac{R}{\mu_i} \right)^2 \operatorname{ch} \left( \frac{\mu_i h_2}{R} \right) \right], \quad (9)$$

где

$$\Lambda_i = \frac{\left[ \frac{\varrho_1 g}{\sigma} + \left( \frac{\mu_i}{R} \right)^2 \right] \left( \frac{\mu_i}{R} \right) \operatorname{ch} \left( \frac{\mu_i h_1}{R} \right) - \frac{\varrho_1}{\sigma} \omega^2 \operatorname{sh} \left( \frac{\mu_i h_1}{R} \right)}{\frac{\varrho_1}{\sigma} \omega^2 \operatorname{sh} \left( \frac{\mu_i h_1}{R} \right) - \left[ \frac{\varrho_1 g}{\sigma} + \left( \frac{\mu_i}{R} \right)^2 \right] \left( \frac{\mu_i}{R} \right) \operatorname{sh} \left( \frac{\mu_i h_1}{R} \right)}.$$

Аналогично, раскладывая  $\frac{r^2}{4}$  в ряд по собственным функциям Бесселя  $J_0 \left( \mu_i \frac{r}{R} \right)$  получим частотное уравнение:

$$\omega^2 \left[ \frac{\varrho_2}{\tau} \sum_{i=1}^{\infty} \beta_{2i} \frac{R^3}{\mu_i^3} J_0(\mu_i) \operatorname{cth} \alpha_{2i} - \frac{\varrho_1}{\tau} \sum_{i=1}^{\infty} \beta_{1i} \frac{R^3}{\mu_i^3} J_0(\mu_i) \Lambda_i \right] - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\theta_i J_0(\mu_i)}{\beta_0} = 0. \quad (10)$$

**В третьей главе** рассматривается ряд модельных задач, в которых учитывается проницаемость перегородки, посредством введения приведенного коэффициента сопротивления, обозначаемого в дальнейшем  $\gamma$ . Формулируются и решаются различные краевые задачи для проницаемой перегородки. В частности, для случая плоского днища и жесткой проницаемой перегородки установлен вид зависимости приведенного коэффициента сопротивления перегородки от величины коэффициента затухания. Потенциалы скоростей рассматриваются в комплексном виде с временным множителем  $s(t) = \exp(ip_k t)$ . Представляя частотный параметр  $p_k = \alpha_k + i\beta_k$ , где  $\alpha_k$  — частота колебаний с учетом демпфирования,  $\beta_k$  — коэффициент затухания, мы получаем частотное уравнение в виде равной нулю суммы действительной  $U(\alpha, \beta, \gamma)$  и мнимой  $V(\alpha, \beta, \gamma)$  ча-

стей. Разрешая полученную систему, найдем зависимость коэффициента сопротивления от коэффициента демпфирования системы  $\beta$

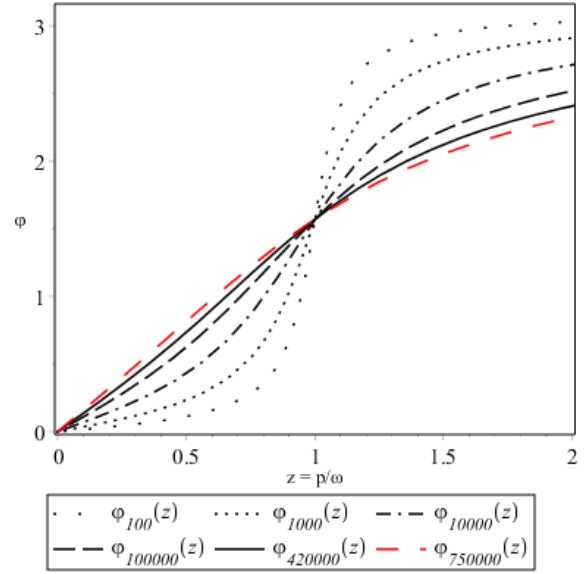
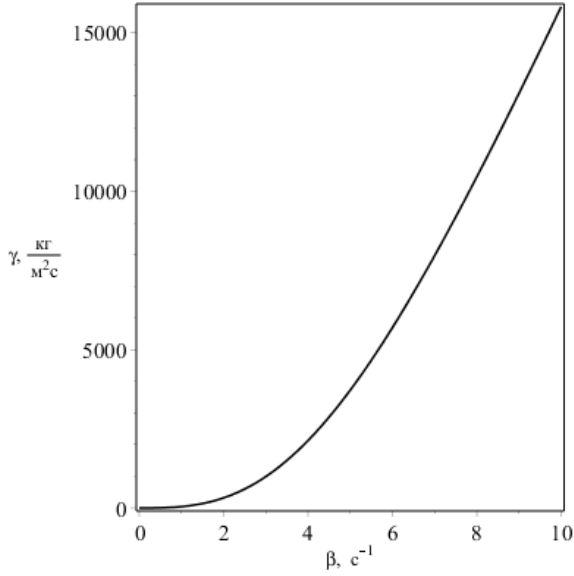


Рис. 5. Зависимость  $\gamma$  от коэффициента затухания  $\beta$       Рис. 6. ФЧХ системы при различных значениях  $\gamma$

На Рис.5 показана зависимость приведенного коэффициента сопротивления  $\gamma$  от приведенного коэффициента затухания  $\beta$ , а на Рис.6 — фазо-частотные характеристики системы в отсутствие демпфирования и при различных значениях коэффициента  $\gamma$ .

$$\gamma = \frac{\rho R a_{3k}}{2\xi_k^2 \beta_k} \left[ \frac{g a_{1k}}{R a_{3k}} \xi_k - 8\beta^2 \xi_k - \frac{g}{R} a_{1k} + \sqrt{\left( \frac{g a_{1k}}{R a_{3k}} \xi_k - 8\beta^2 \xi_k - \frac{g}{R} a_{1k} \right)^2 + 8 \frac{\xi_k^2 \beta_k^2}{a_{3k}} \left( \frac{g}{R} a_{2k} + \beta_k^2 a_{3k} \right)} \right], \quad (11)$$

где  $\beta_k$  — коэффициент затухания,  $\xi_k$  — корень первой производной функции Бесселя первого рода, нулевого порядка, получаемый из условий непротекания на стенке бака,  $g$  — ускорение свободного падения,  $R$



— радиус бака, кроме того,

$$a_{1k} = \xi_k^2 \operatorname{th} \left( \xi_k \frac{h_1}{R} \right), \quad a_{2k} = \left[ 1 + \frac{\operatorname{th} \left( \xi_k \frac{h_1}{R} \right)}{\operatorname{sh} \left( \xi_k \frac{h_2}{R} \right)} \right],$$

$$a_{3k} = \left[ \operatorname{sh} \left( \xi_k \frac{h_2}{R} \right) \operatorname{th} \left( \xi_k \frac{h_1}{R} \right) + \operatorname{sh}^{-1} \left( \xi_k \frac{h_2}{R} \right) \right],$$

где в свою очередь  $h_1$  и  $h_2$  — уровни жидкости над проницаемой перегородкой и под нею.

**В четвертой главе** изложена методика проведения эксперимента, приведено детальное описание экспериментальной установки, измерительного комплекса, приведены результаты определения коэффициентов затухания и определены погрешности.

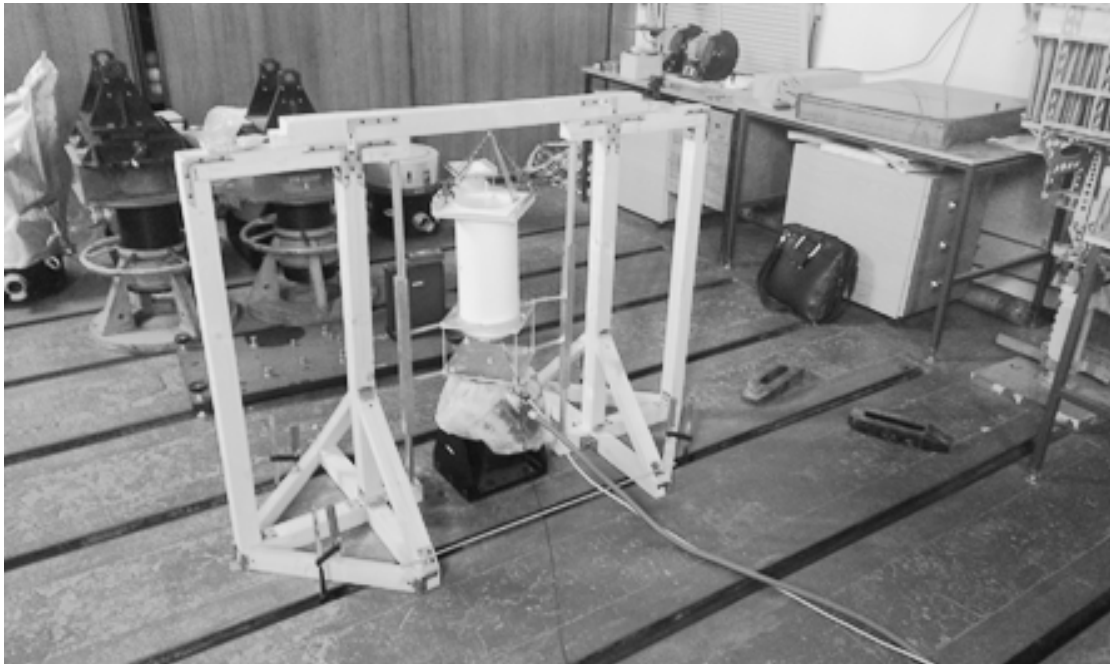


Рис. 7. Фотография экспериментальной установки по возбуждению колебаний

При возбуждении колебаний система модального анализа реализует гармоническое воздействие на сосуд с жидкостью, с определенной частотой в течение задаваемого нами промежутка времени при ограничении

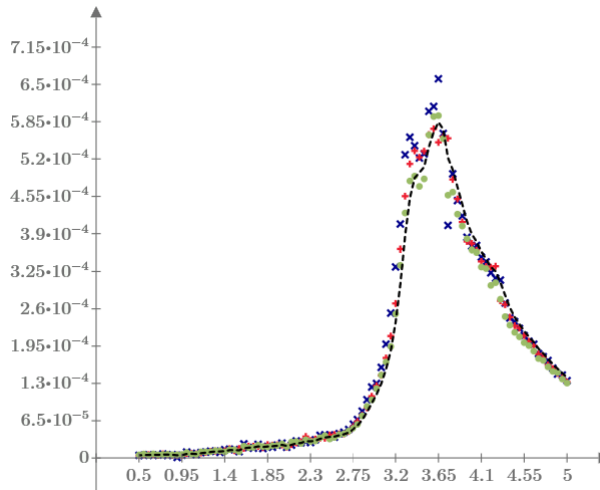


Рис. 8. Экспериментальные точки для АЧХ при возбуждении колебаний сосуда с разделителем.

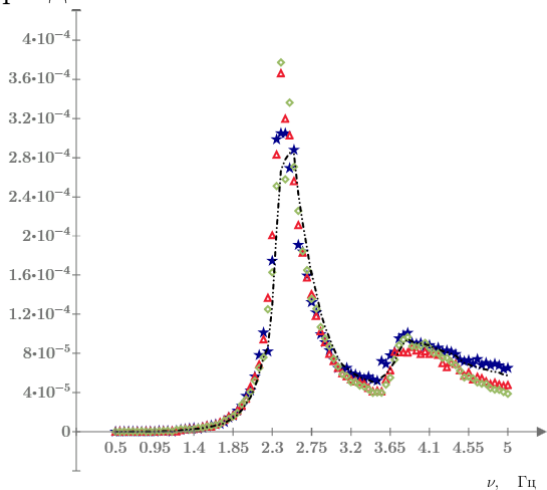


Рис. 10. Экспериментальные точки для АЧХ при возбуждении колебаний сосуда с разделителем.

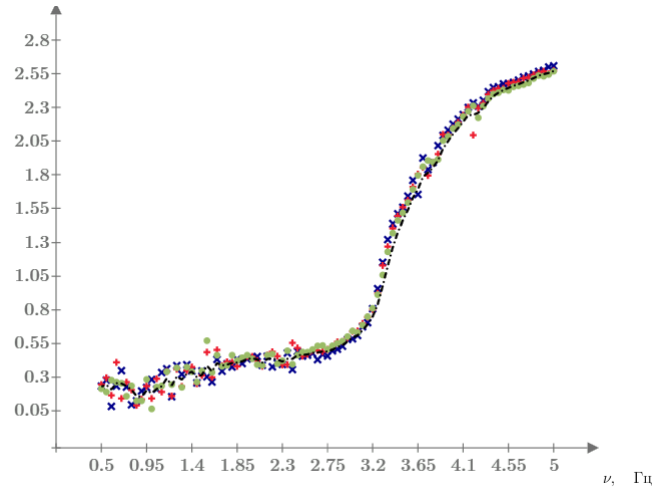


Рис. 9. Экспериментальные точки для ФЧХ при возбуждении колебаний сосуда без разделителя.

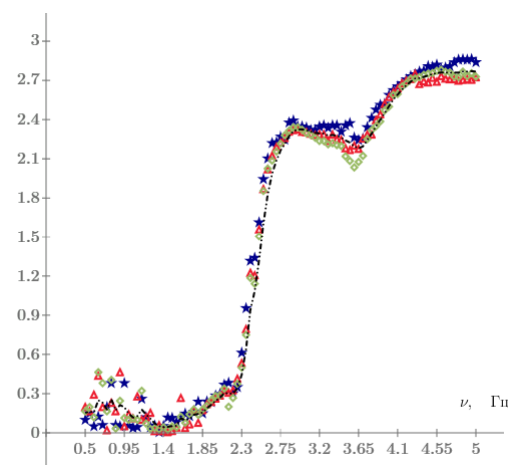


Рис. 11. Экспериментальные точки для ФЧХ при возбуждении колебаний сосуда с разделителем.

перемещения. Система меняет частоту гармонического возбуждения в соответствии с задаваемой нами программой изменения. Явление резонанса мы фиксируем визуально, а также при переходе фазовой характеристики сигнала через  $\pi/2$ . Ниже представлены экспериментальные данные для амплитудно-частотных и фазо-частотных характеристик сиг-

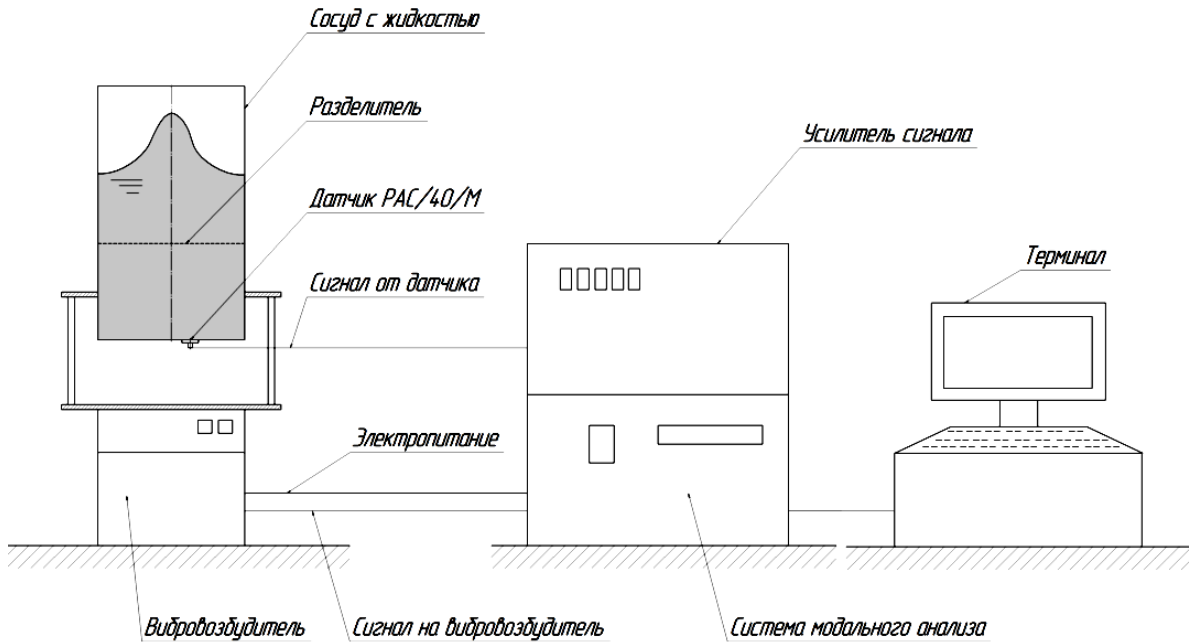


Рис. 12. Схема эксперимента

нала и аппроксимирующие кривые.

**Заключение.** Величину коэффициента затухания определяем экспериментально, по формуле для смещения частот:

$$n_{exp} = 2\pi \sqrt{\nu^2 - \nu_1^2}. \quad (12)$$

Задаваясь величиной коэффициента затухания, можем определить по соотношению (11) величину коэффициента сопротивления. В частности, для  $n_{exp} = 15,78 \text{ с}^{-1}$  имеем  $\gamma = 31,927 \cdot 10^3 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^2 \cdot \text{с}}$ .

$$\nu_{теор} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{g \frac{\lambda_k}{R} \text{th} \left( \lambda_k \frac{h_1 + h_2}{R} \right)}, \quad (13)$$

Для определения методом вынужденных колебаний собственных частот модельного бака заполненного жидкостью (в качестве модельных жидкостей применялась вода и этанол) с разделителем и без него был спроектирован и изготовлен экспериментальный стенд. Явление резонанса

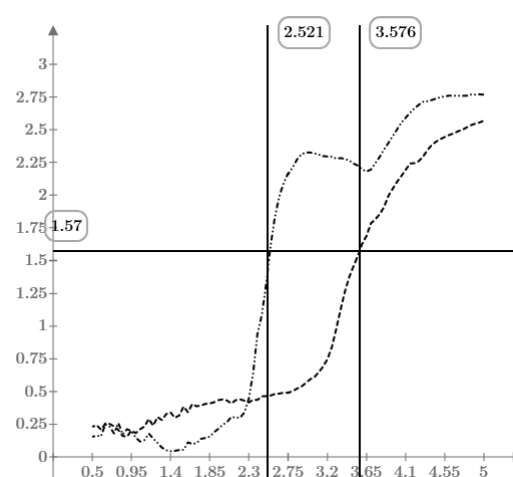
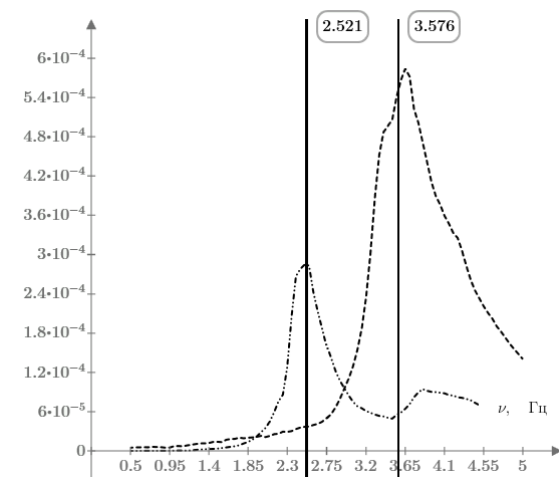


Рис. 13. Аппроксимирующие кривые для АЧХ. Рис. 14. Аппроксимирующие кривые для ФЧХ.

фиксировалось посредством перехода фазового угла через  $\pi/2$ , в соответствии с ФЧХ системы и визуально. По найденным частотам собственных колебаний бака заполненного жидкостью с разделителем и без него был определен коэффициент затухания, в предположении, что демпфирование в системе обусловлено в первую очередь наличием разделителя. Такое предположение, видимо, может применяться лишь к маловязким жидкостям. В случае же, когда вязкость жидкость принимает существенные значения, демпфирование в системе будет обусловлено в том числе и вязкостью самой жидкости. В этом случае, определять коэффициент расхода по предложенному методу нельзя. Соотношение (13) дает выражение для частоты собственных колебаний жидкости в жестком цилиндрическом баке в пренебрежении ее вязкостью и мы видим, что для воды погрешность определения частоты в этом случае не превышает 2%, в то время как для этанола, указанная погрешность 11 %.

## ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ

- Полученные результаты показывают эффективность решения краевых задач гидроупругости методом Лейбензона-Балабуха, так как бесконечные ряды в коэффициентах частотных уравнений быстро сходятся при использовании разложения по ортогональной системе функций Бесселя.
- Получены аналитические решения ряда краевых задач:
  - Малые осесимметричные колебания двухслойной жидкости с непроницаемым разделителем.
  - Малые осесимметричные колебания двухслойной жидкости с непроницаемым разделителем в условиях слабой гравитации.
  - Малые осесимметричные колебания двухслойной жидкости с проницаемым разделителем.
  - Малые осесимметричные колебания двухслойной жидкости с проницаемым разделителем и полой сферической оболочкой в качестве днища.
- На основе экспериментально-аналитического метода найдены численные значения коэффициентов демпфирования для жесткого пористого разделителя в цилиндрическом баке для 2-х типов жидкостей: воды и этанола.

## Список публикаций

1. Гончаров Д.А. Осесимметричные колебания двухплотностной жидкости в цилиндрическом баке // Наука и образование: электронное научно-техническое издание. 2012. № 4. С. URL: <http://elibrary.ru/download/40933053.pdf> (дата обращения: 19.02.2014).
2. Гончаров Д.А. Динамика двухслойной жидкости, разделённой упругой перегородкой с учётом сил поверхностного натяжения // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э.Баумана. Электрон. журн. 2013. № 11. С. DOI:10.7463/1113.0619258.
3. Пожалостин А.А., Гончаров Д.А., Кокушкин В.В. Малые колебания двухслойной жидкости с учетом проницаемости разделителя // Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Сер. Естественные науки. 2014. № 5. С. 109 — 116.
4. Пожалостин А.А., Гончаров Д.А., Кокушкин В.В. Экспериментально-аналитический метод определения коэффициента сопротивления разделителя слоев жидкости в баке // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э.Баумана. Электрон. журн. 2015. № 4. С. 130 — 140. DOI: 10.7463/0415.0763626.
5. Пожалостин А.А., Гончаров Д.А. Свободные осесимметричные колебания двухслойной жидкости с упругим разделителем между слоями // Известия высших учебных заведений: Авиационная техника. 2015. № 1. С. 31 — 34.
6. Гончаров Д.А., Пожалостин А.А., Кокушкин В.В. Моделирование осесимметричных колебаний упругого бака с жидкостью с учетом сил поверхностного натяжения посред-

ством механического аналога // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э.Баумана. Электрон. журнал. 2015. № 5. С. DOI: 10.7463/0615.0779724.

7. Гончаров Д.А., Пожалостин А.А. Об экспериментальном методе определения коэффициента демпфирования разделителя двухсвязной жидкости в баке // Инженерный журнал: наука и инновации. 2014. № 4. С. URL: <http://engjournal.ru/catalog/eng/teormech/1342.html>.
8. Пожалостин А.А., Гончаров Д.А. Свободные осесимметричные колебания двухслойной жидкости с упругим разделителем между слоями при наличии сил поверхностного натяжения // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. № 12. С. URL: <http://engjournal.ru/catalog/eng/teormach/1147.html> (дата обращения 19.02.2014).
9. Pozhalostin A.A., Goncharov D.A. Free axisymmetric oscillations of a two-layer liquid with an elastic separator between layers // Russian Aeronautics. 2015. Vol. 58, no. 1. P. 37 — 41.
10. Goncharov D.A., Pozhalostin A.A. Experimental study of double-layer fluid motions in elastic tank // Fluxes and structures in fluids: Proceedings of International Conference; June 23 — 26, 2015, Kaliningrad. М.: MAKS Press, 2015. P. 85 — 88.
11. Гончаров Д.А., Пожалостин А.А. Колебания двухслойной жидкости в упругом баке // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Казань, 20 — 24 августа, 2015). Казань: 2015. С. 1014 — 1016.
12. Гончаров Д.А., Пожалостин А.А. Методы решения задач динамики фазоразделяющих элементов, взаимодействующих с жидкостью //

- XXXVIII академические чтения по космонавтике памяти акад. С.П.Королева (Москва, 28 — 31 января, 2014г): тез. докл. Москва: 2014. С. 44 — 45.
13. Pozhalostin A.A., Goncharov D.A. Free axisymmetric oscillations of the double-layer liquid with the elastic separator // Fluxes and structures in fluids: Proceedings of International Conference; June 25 — 28, 2013, St.Petersburg. М.: MAKS Press, 2013. P. 244 — 245.
  14. Пожалостин А.А., Гончаров Д.А. К вопросу о малых движениях двухслойной жидкости сквозь сопротивление // 4-ая Международная научная школа молодых ученых (Москва, ИПРИМ РАН, 26 — 29 ноября, 2013 г.): сборник материалов школы. М.: 2013. С. 123 — 125.
  15. Пожалостин А.А., Гончаров Д.А. Свободные осесимметричные колебания двухслойной жидкости с упругим разделителем между слоями при наличии сил поверхностного натяжения // Фундаментальные и прикладные задачи механики: 135 лет кафедре „Теоретическая механика“ имени профессора Н.Е. Жуковского МГТУ им. Н.Э. Баумана (Москва, 23 — 25 октября, 2013 г.): сб. ст. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. С. 224 — 230.
  16. Goncharov D.A., Pozhlostin A.A. Regarding the experimental method for determining the damping factor Separator doubly connected fluid reservoir // Physical and Mathematical Problems of Advanced Technology Development (Moscow, 17 — 19 November, 2014): Abstracts of International Scientific Conference. / BMSTU. Moscow: 2014. P. 16 — 17.
  17. Гончаров Д.А., Пожалостин А.А. Экспериментальный метод определения коэффициента демпфирования разделителя двухсвязной жид-



кости в баке // 5-ая Международная научная школа молодых ученых (Москва, ИПРИМ РАН, 25 — 28 ноября, 2014 г.): сборник материалов школы. М.: 2014. С. 139 — 142.

*Научное издание*

Гончаров Дмитрий Александрович

## АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук на тему:

Разработка экспериментально-аналитического метода расчета колебаний двухслойной жидкости в сосуде с проницаемой перегородкой

Подписано в печать 12.12.2016. Формат 60 × 90 1/16.

Тираж 70 экз. Заказ 28-2016.

---

Отпечатано на ризографе в Институте проблем механики им. А.Ю.

Ишлинского РАН

119526, Москва, проспект Вернадского, 101, корп. 1