

На правах рукописи

Алехова Елена Юрьевна

**НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ БЕСПЛАТФОРМЕННЫХ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ
НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ (БИНС)**

Специальность 01.02.01 – Теоретическая механика

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2016

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН (ИПМех РАН)

Научный руководитель доктор физико-математических наук,
Решмин Сергей Александрович

Официальные оппоненты **Матвеев Валерий Александрович**,
доктор технических наук, профессор
МГТУ им. Н.Э. Баумана,
Руководитель Научно-учебного
комплекса «Информатика и системы
управления», Заведующий кафедрой
«Информационная безопасность»

Фомичев Александр Владимирович,
кандидат физико-математических наук,
АО «Московский институт
электромеханики и автоматики» (МИЭА),
Заместитель начальника направления,
Заместитель главного конструктора

Ведущая организация Механико-математический факультет
Московского государственного
университета имени М.В. Ломоносова

Защита состоится 10.11.2016 г. в 15.00 на заседании
диссертационного совета Д 002.240.01 на базе ИПМех РАН
по адресу: просп. Вернадского 101, корп. 1, Москва.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке
и на сайте ИПМех РАН (<http://www.ipmnet.ru/discouncil.htm>)

Автореферат разослан 29.09.2016

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 002.240.01, к. ф.-м. н.

Сысоева Е. Я.

Общая характеристика работы.

Актуальность работы определяется широким применением систем инерциальной навигации. В работе рассмотрены задачи повышения точности инерциальных навигационных систем.

Задачи исследования, рассмотренные в работе:

- Построение математической модели блока чувствительных элементов инерциальной навигационной системы, позволяющей формировать точные показания ее чувствительных элементов при заданном угловом движении основания.
- Для БИНС объекта с быстрым вращением вокруг продольной оси построить алгоритмы уточнения масштабного коэффициента датчика угловой скорости по отсчетам угла поворота одноосного гиросtabilизатора и исключить погрешность определения ориентации, накапливающуюся от неточного знания масштабного коэффициента до момента его уточнения.
- Для БИНС с избыточным количеством осей чувствительности построить алгоритмы, оценивающие качество каждого чувствительного элемента и формирующие оценку измеряемого вектора, используя показания чувствительных элементов по всем осям чувствительности с весами, учитывающими качество элементов.

Научная новизна.

- В построенной математической модели блока чувствительных элементов показания идеальных чувствительных элементов при достаточно сложном движении основания, включающим эволюционную и вибрационную составляющие, вычисляются аналитически без интегрирования дифференциальных уравнений.
- Предложенный алгоритм уточнения масштабного коэффициента датчика угловой скорости по отсчетам угла поворота одноосного гиросtabilизатора уточняет оценку масштабного коэффициента в течение всего полета объекта, используя весь накапливающийся угол поворота вокруг продольной оси и при каждом уточнении устраняет всю погрешность определения ориентации.
- Предложенные алгоритмы для БИНС с избыточным количеством осей чувствительности используют показания

всех чувствительных элементов с индивидуальными весовыми коэффициентами. Весовые коэффициенты учитывают качество каждого чувствительного элемента. Предложенный алгоритм выбора весовых коэффициентов заметно увеличивает точность системы в целом.

Методы исследования. В работе использовались методы теоретической механики, теория дифференциальных уравнений, методы аналитических вычислений и математического моделирования.

Достоверность результатов исследования обеспечивается корректным применением выбранных методов и математическим моделированием всех предложенных в работе алгоритмов.

Практическая значимость работы. Математическая модель блока чувствительных элементов удобна для тестирования бортовых алгоритмов численного интегрирования уравнений Пуассона, определяющих ориентацию приборного трехгранника. Алгоритмы уточнения масштабного коэффициента датчика угловой скорости быстровращающегося объекта и алгоритмы формирования весовых коэффициентов в БИНС с избыточным числом чувствительных элементов могут быть использованы в разработках навигационных систем.

Апробация работы. Основные результаты выполненных исследований были представлены на

- X Юбилейной конференции молодых ученых. Санкт-Петербург 2008
- XVIII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург 2011
- Семинаре МГТУ им. Н.Э. Баумана кафедры ФН-2 «Математическое моделирование»
- Семинаре «Механика систем» им. академика А.Ю. Ишлинского при научном совете РАН по механике систем под руководством академика В.Ф. Журавлева и академика Д.М. Климова

Публикации.

Алехова Е.Ю. Математическая модель блока чувствительных элементов для отработки бортовых алгоритмов навигационных систем //МТТ №3, 2008, с. 42-47.

Алехова Е.Ю. Тестирование алгоритмов численного решения уравнений Пуассона // Гироскопия и навигация №4, 2009, с. 81- 83

Алехова Е.Ю., Жбанов Ю.К., Климов Д.М., Петелин В.Л., Слёзкин Л.Н., Терёшкин А.И. Коррекция масштабного коэффициента датчика угловой скорости БИНС быстровращающегося объекта // Гироскопия и навигация №3 (78), 2012, 78-85

Алехова Е.Ю., Жбанов Ю.К., Климов Д.М. Использование избытка осей чувствительности для повышения точности измерений //МТТ, № 5, 2013, с. 500-503

Все публикации переведены на английский.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и списка литературы. Общий объем работы составляет 102 страницы, включая 27 рисунков и 13 таблиц. Список литературы содержит 119 наименований.

Содержание работы.

Во **введении** дан краткий обзор литературы по теме диссертационной работы, обоснована актуальность рассмотренных в диссертации задач. Изложено содержание глав, отмечена новизна полученных результатов.

В **первой главе** построена математическая модель блока чувствительных элементов инерциальной навигационной системы. Ориентация объекта задается пятью кватернионами

$$\Lambda_{oa} = \{\cos \Omega t/2 \quad 0 \quad 0 \quad \sin \Omega t/2\},$$

$$\Lambda_{ab} = \{\cos \alpha/2 \quad \sin \alpha/2 \quad 0 \quad 0\},$$

$$\Lambda_{bc} = \{\cos \omega t/2 \quad 0 \quad 0 \quad \sin \omega t/2\},$$

$$\Lambda_{cd} = \{\cos \beta/2 \quad \sin \beta/2 \quad 0 \quad 0\},$$

$$\Lambda_{de} = \{\cos \omega t/2 \quad 0 \quad 0 \quad -\sin \omega t/2\}.$$

Кватернионы определяют взаимную ориентацию шести трехгранников – неподвижного, связанного с объектом и четырех промежуточных. Угловое движение объекта в такой схеме определяется двумя углами и двумя угловыми скоростями.

Показания с чувствительных элементов (ЧЭ) блока снимаются в дискретные моменты времени, кратные интервалу съема показаний - τ . Каждый гироскопический датчик угловой скорости дает значение интеграла от соответствующей проекции угловой скорости за интервал съема показаний. Показания на такте с номером k вычисляются по формулам

$$S_1^e(k) = rs11 \cdot \sin(2k+1)\omega\tau - rs12 \cdot \sin(k+1/2)\omega\tau$$

$$S_2^e(k) = rs21 - rs11 \cdot \cos(2k+1)\omega\tau + rs12 \cdot \cos(k+1/2)\omega\tau$$

$$S_3^e(k) = rs31 - rs32 \cdot \cos(k+1/2)\omega\tau$$

Коэффициенты rs_{xx} вычисляются для всех тактов заранее.

Истинная ориентация объекта относительно неподвижного трехгранника на момент конца каждого такта определяется произведением кватернионов $\Lambda_{oe} = \Lambda_{oa} \circ \Lambda_{ab} \circ \Lambda_{bc} \circ \Lambda_{cd} \circ \Lambda_{de}$.

Схематично предложенная модель углового движения объекта изображена на рисунке 1.

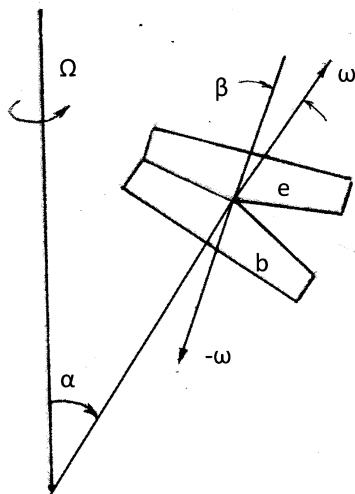


Рисунок 1. Схема модели углового движения объекта (конус «е»).

Мгновенная угловая скорость конуса «е» относительно конуса «b» складывается из угловой скорости ω вдоль оси 3 трехгранника конуса «b» и $-\omega$ вдоль оси 3 трехгранника конуса «е». Связанный с объектом конус «е» соприкасается по образующей с таким же по форме конусом «b» и обкатывает его без проскальзывания с частотой $\omega/2\pi$. При небольших значениях угла β такое движение имеет вид конической вибрации, но без накопления телесного угла. Конус «b», в

свою очередь, равномерно вращается вокруг неподвижной оси с угловой скоростью Ω .

Точные показания идеальных акселерометров в виде вектора приращения кажущейся скорости за интервал съема показаний вычисляется по формуле

$$\Delta \vec{V}^e(k) = \tilde{A}_{eb}(k) (W_g^b + W_{roll}^b)$$

Для элементов матрицы $\tilde{A}_{eb}(k)$ заданы аналитические выражения.

Модель блока чувствительных элементов использована для сравнительного анализа точностных характеристик двух вариантов бортовых алгоритмов вычисления ориентации.

В первом варианте по вектору малого поворота \vec{S} формируется соответствующий ему кватернион

$$\Lambda = \cos\left(\frac{|\vec{S}|}{2}\right) + \frac{\vec{S}}{|\vec{S}|} \sin\left(\frac{|\vec{S}|}{2}\right)$$

Численное интегрирование уравнений Пуассона сводится к умножению текущего значения кватерниона на кватернион малого поворота.

Во втором варианте – по серии четырех, последовательно снятых, векторов малых поворотов $\vec{S}(k)$, $k = 1 \div 4$ строится вектор суммарного малого поворота по следующему алгоритму:

$$\vec{S}_1 = \vec{S}(1) + \vec{S}(2), \quad \vec{S}_2 = \vec{S}(3) + \vec{S}(4), \quad \vec{S}_3 = \vec{S}_1 + \vec{S}_2,$$

$$\vec{S}_\Sigma = \vec{S}_3 + \frac{22}{45} \vec{S}_1 \times \vec{S}_2 + \frac{32}{45} [\vec{S}(1) \times \vec{S}(2) + \vec{S}(3) \times \vec{S}(4)]$$

По полученному вектору суммарного поворота \vec{S}_Σ строится кватернион тем же способом, что и в первом случае. Текущее значение кватерниона умножается на кватернион суммарного малого поворота.

Для сравнительной оценки алгоритмов приняты следующие параметры движения основания:

Угол раствора конуса $\alpha = 30^\circ$, угловая скорость вокруг оси конуса $\Omega = 100^\circ/\text{с}$, частота вибрации $\omega/2\pi = 200$ Гц, амплитуда вибрации варьируется от нуля до 4 дуговых минут, тактовая частота съема показаний принята равной 2400 Гц и 1200 Гц.

Оценка алгоритма определяется по величине погрешности, накопленной к концу 20-той секунды. Результаты сравнительного моделирования сведены в следующую таблицу.

Таблица 1. Погрешности определения ориентации одношаговым и четырехшаговым алгоритмами интегрирования уравнений Пуассона.

Амплитуда вибрации [дуг. мин.]	Таковая частота съема показаний [Герц]			
	2400		1200	
	погреш- ность одно- шагового алгоритма [дуг.сек]	погреш- ность четырёх- шагового алгоритма [дуг.сек]	погреш- ность одно- шагового алгоритма [дуг.сек]	погреш- ность четырёх- шагового алгоритма [дуг.сек]
0.5	2.14	0.0002	8.12	0.48
1.0	8.57	0.0008	32.90	1.95
2.0	34.28	0/0035	131.60	7.79
4.0	137.12	0.0140	526.38	31.15

В разделе 1.4 главы 1 приведены результаты обработки двумя исследованными алгоритмами реальных замеров блока чувствительных элементов с лазерными гироскопами при его испытаниях на вибростенде. На каждом режиме вибрации показания снимаются с частотой 2400 Герц в течение 10 секунд . Вычисление ориентации выполняется двумя вариантами алгоритма – одношаговым и четырехшаговым. Помимо частоты 2400 Герц, объединением соседних замеров имитируются частоты 1200 и 600 Герц.

По векторной части кватерниона вычисленной текущей ориентации построен вектор текущего поворота блока. Для каждой проекции построена линейная аппроксимация. Коэффициенты линейной аппроксимации дают угловую скорость среднего положения блока ЧЭ. По проекциям вычислен модуль этой угловой скорости U . Пример результатов обработки приведен в таблице 2.

Таблица 2. Угловые скорости, измеренные блоком ЧЭ на работающем вибростенде

Съем (Герц)	Одношаговый алгоритм				Четырехшаговый алгоритм			
	Ω_x	Ω_y	Ω_z	U	Ω_x	Ω_y	Ω_z	U
Вибрация 60 Герц, 1, 0g								
2400	7.830	13.558	4.320	16.242	7.831	13.561	4.322	16.245
1200	7.812	13.547	4.322	16.225	7.815	13.557	4.328	16.236
600	7.808	13.519	4.301	16.194	7.815	13.551	4.319	16.220
Вибрация 100 Герц, 1, 0g								
2400	8.422	11.097	6.604	15.4181	8.401	11.119	6.620	15.4290
1200	8.487	11.029	6.560	15.3866	8.400	11.115	6.622	15.4267
600	8.736	10.782	6.383	15.2760	8.412	11.081	6.596	15.3978

Аналогичные замеры выполнены для вибрации с амплитудным ускорением 0.5g и 0.25g. Показания четырехшагового алгоритма более стабильны, различие тем заметнее, чем интенсивней вибрация.

В разделе 1.5 предложенная модель блока чувствительных элементов использована при моделировании процесса начальной выставки БИНС. Моделируемый процесс выставки основан на следующем рассуждении.

Если неподвижный в инерциальном пространстве трехгранник в начальный момент совпадает с географическим, обозначим его $E_0N_0Z_0$, то проекции кажущегося ускорения на его первоначально горизонтальные оси меняются со временем следующим образом:

$$W_{E_0} = g \cos \varphi \sin Ut, \quad W_{N_0} = g \cos \varphi \sin \varphi (1 - \cos Ut)$$

Кажущаяся скорость равна интегралам от ускорения

$$V_{E_0} = \int_0^t W_{E_0} dt = \frac{g}{U} \cos \varphi (1 - \cos Ut) \approx \frac{g}{U} \cos \varphi \cdot \frac{1}{2} (Ut)^2$$

$$V_{N_0} = \int_0^t W_{N_0} dt = \frac{g}{U} \cos \varphi \sin \varphi (Ut - \sin Ut) \approx \frac{g}{U} \cos \varphi \sin \varphi \cdot \frac{1}{6} (Ut)^3$$

Для трехгранника $x_1x_2x_3$, неподвижного в инерциальном пространстве, с первоначально вертикальной осью x_3 и повернутого относительно географического трехгранника на угол α вокруг оси x_3 проекции кажущейся скорости на его горизонтальные оси выражаются формулами

$$V_{x_1} = V_{E_0} \cos \alpha + V_{N_0} \sin \alpha, \quad V_{x_2} = -V_{E_0} \sin \alpha + V_{N_0} \cos \alpha$$

Наклон трехгранника вокруг осей x_1, x_2 на углы ρ_1, ρ_2 соответственно добавляет к кажущимся скоростям слагаемые

$$V_{x_1}^p = -\rho_2^0 g t, \quad V_{x_2}^p = \rho_1^0 g t$$

Таким образом,

$$V_{x_1} = -\rho_2^0 g t + \frac{g}{2U} \cos \varphi \cdot (Ut)^2 \cos \alpha + \frac{g}{6U} \cos \varphi \sin \varphi \cdot (Ut)^3 \sin \alpha$$

$$V_{x_2} = \rho_1^0 g t - \frac{g}{2U} \cos \varphi \cdot (Ut)^2 \sin \alpha + \frac{g}{6U} \cos \varphi \sin \varphi \cdot (Ut)^3 \cos \alpha$$

Коэффициенты полиномиального представления кажущихся скоростей

$$V_{x_1} = a_1 + b_1 t + c_1 t^2 + d_1 t^3, \quad V_{x_2} = a_2 + b_2 t + c_2 t^2 + d_2 t^3$$

связаны с углами ориентации соотношениями

$$b_1 = -\rho_2^0 g, \quad b_2 = \rho_1^0 g, \quad c_1 = \frac{1}{2} g U \cos \varphi \cos \alpha, \quad c_2 = \frac{1}{2} g U \cos \varphi \sin \alpha$$

откуда следуют формулы

$$\rho_1^0 = b_2 / g, \quad \rho_2^0 = -b_1 / g, \quad \cos \alpha = c_1 / \sqrt{c_1^2 + c_2^2}, \quad \sin \alpha = c_2 / \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$$

характеризующие фактическую ориентацию приборного трехгранника.

Моделирование процесса начальной выставки реализуется следующим образом.

По первому отсчету прироста кажущейся линейной скорости строится трехгранник, третья ось которого направлена по измеренному вектору прироста скорости.

Проекции приростов кажущейся скорости на первые две оси аналитического трехгранника (оси, близкие к горизонту) интегрируются по времени.

Параллельно вычисляются суммы, необходимые для построения аппроксимации интегралов кубической параболой. В конце режима выставки для каждого из интегралов строится аппроксимация кубической параболой. По коэффициентам при квадратичных членах определяется направление меридиана в плоскости первых двух осей аналитического трехгранника, коэффициенты при первых степенях позволяют определить отклонение аналитического трехгранника от горизонта в момент начала режима выставки. Таким образом определяется текущая ориентация приборного трехгранника по отношению к географическому, остановленному в момент начала выставки. Учет угла поворота Земли за время выставки позволяет вычислить

ориентацию приборного трехгранника в географическом на момент завершения выставки.

После завершения процесса выставки моделируется работа БИНС с горизонтируемым аналитическим трехгранником, свободным в азимуте.

В приведенной ниже таблице дан вывод погрешности определения ориентации аналитического трехгранника в процессе шестиминутной выставки. Погрешность дана в виде трех компонент погрешности ориентации в угловых минутах. Блоку ЧЭ, кроме вращения Земли, дано вибрационное движение с амплитудой 2 градуса и периодом 10 секунд и линейные гармонические колебания с амплитудным ускорением 0.04g с тем же периодом (в качестве имитации ветровой нагрузки на корпус самолета).

Таблица 3. Выставка за 6 минут на широте 60°. Моделирование процесса выставки БИНС, при съеме показаний с частотой 2400 Герц. Погрешность ориентации аналитического трехгранника (время в минутах и вектор погрешности ориентации в дуг. мин.)

Начальное положение			
0	135.557369	655.072422	1796.488339
После грубого горизонтирования (процесс выставки)			
1	0.052962	0.028053	1747.797551
После коррекции ориентации по результатам выставки			
6	0.002961	0.000349	0.287755

На рисунке 3 приведены графики колебаний БИНС в течение суток после завершения выставки. Выведены три компоненты вектора погрешности ориентации аналитического трехгранника.

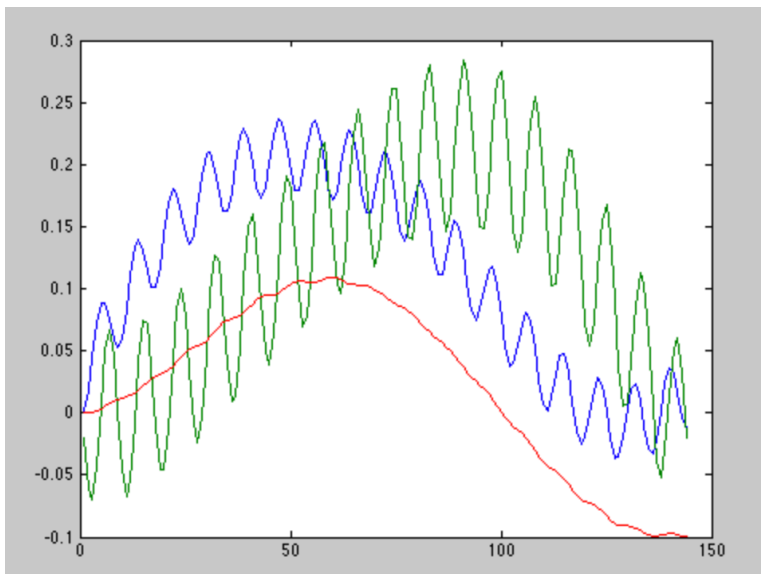


Рисунок 3. Колебания БИНС после режима выставки . В шкале времени – сутки, шкала погрешностей – доли дугowych минут.

Моделирование подтвердило эффективность алгоритма выставки.

В заключении по главе отмечено, что предложенная модель блока чувствительных элементов БИНС удобна для математического моделирования при отработке бортовых алгоритмов БИНС, включая алгоритмы и методику начальной выставки. Модель предоставляет возможность сравнить по точности различные варианты вычисления ориентации трехгранников, используемых в алгоритмах БИНС. Выполненная обработка, с помощью использованных в модели блока чувствительных элементов(БЧЭ) алгоритмов и реальных показаний лазерного блока ЧЭ, дала возможность оценить влияние частоты опроса датчиков на точность вычисления ориентации.

Во **второй главе** рассматривается задача совместной обработки показаний триады датчиков угловой скорости (ДУС) и одноосного гиросtabilизатора в БИНС объекта с быстрым вращением вокруг продольной оси. В основу решения задачи совместной обработки положена возможность уточнения масштабного коэффициента соответствующего ДУС за счет сравнения интеграла по времени от показаний ДУС с углом поворота рамки стабилизатора за то же время.

С объектом связан приборный трехгранник X . Его ориентация по отношению к некоторому неподвижному в инерциальном пространстве трехграннику S задается кватернионом $\Lambda_{SX}(t)$.

Если трехгранник вращается с угловой скоростью $\vec{\omega}_x$, заданной своими проекциями на оси трехгранника X , то изменение кватерниона Λ_{SX} со временем описывается уравнением

$$\dot{\Lambda}_{SX} = \frac{1}{2} \Lambda_{SX} \circ \vec{\omega}_x$$

При численном интегрировании этого уравнения используется вектор угловой скорости, измеренный с точностью до дрейфа $\Delta\vec{\omega}_x$ приборного трехгранника, в результате вычислений получается кватернион $\Lambda_{S'X}$, который фактически удовлетворяет уравнению

$$\dot{\Lambda}_{S'X} = \frac{1}{2} \Lambda_{S'X} \circ (\vec{\omega}_x - \Delta\vec{\omega}_x),$$

Ориентация трехгранника S' относительно трехгранника S характеризуется кватернионом

$$\Lambda_{SS'} = \Lambda_{SX} \circ \bar{\Lambda}_{S'X},$$

так, что выполняется соотношение

$$\Lambda_{SX} = \Lambda_{SS'} \circ \Lambda_{S'X}$$

Кватернион $\Lambda_{SS'}$ можно назвать корректирующим, поскольку он позволяет устранить погрешность вычисления ориентации, вызванную погрешностью в измерении угловой скорости. Зависимость корректирующего кватерниона от времени определяется уравнением

$$\dot{\Lambda}_{SS'} = \frac{1}{2} \Lambda_{SS'} \circ \Delta\vec{\omega}_{S'} , \quad \text{где} \quad \Delta\vec{\omega}_{S'} = \Lambda_{S'X} \circ \Delta\vec{\omega}_x \circ \bar{\Lambda}_{S'X} .$$

Если для получения точного значения проекции угловой скорости на ось x_3 показания соответствующего ДУСа надо умножить на уточняющий множитель $1 + \Delta m$, то собственный дрейф приборного трехгранника можно представить в виде $\Delta\vec{\omega}_x = \vec{e}_3 \omega_{x3} \Delta m$, где $\vec{e}_3 = \parallel 0 \ 0 \ 1 \parallel^T$ единичный вектор оси x_3 трехгранника X .

В проекциях на оси трехгранника S' вектор дрейфа имеет вид

$$\Delta\vec{\omega}_{S'} = \Lambda_{S'X} \circ \vec{e}_3 \omega_{x3} \Delta m \circ \bar{\Lambda}_{S'X} = (\Lambda_{S'X} \circ \vec{e}_3 \omega_{x3} \circ \bar{\Lambda}_{S'X}) \Delta m .$$

Если за интервал времени T_1 , затраченный на определение поправки Δm к масштабному коэффициенту, сосчитать интеграл

$$\vec{r}_1 = \int_{T_1} \Lambda_{S'X} \circ \vec{e}_3 \omega_{x3} \circ \bar{\Lambda}_{S'X} dt$$

то корректирующий кватернион Λ_1 на момент конца интервала T_1 можно сформировать по углу малого поворота $\vec{r}_1 \Delta m$.

Следующие друг за другом интервалы времени длительностью T пронумеруем порядковыми номерами T_i . Для каждого из этих интервалов вычисляется вектор \vec{r}_i

$$\vec{r}_i = \int_{T_i} \Lambda_{SX} \circ \vec{e}_3 \omega_{x3} \circ \bar{\Lambda}_{SX} dt$$

По завершении очередного интервала T вычисляется новое значение поправки Δm к уточняющему множителю масштабного коэффициента. Для каждого интервала T_i по хранящемуся в памяти значению вектора \vec{r}_i рассчитывается вектор малого поворота, умножением вектора \vec{r}_i на одинаковый для всех интервалов множитель Δm , и рассчитываются соответствующие им кватернионы Λ_i . Корректирующий кватернион вычисляется как последовательное произведение полученных кватернионов Λ_i .

Для оценки масштабного коэффициента используется линейная аппроксимация разности отсчетов $y_i = \gamma_i^{os} - \gamma_i^{dus}$ как функции угла поворота, замеренного ДУСом $x_i = \gamma_i^{dus}$:

$$y_i = a + bx_i, \quad i = \text{от } 1 \text{ до } n.$$

Коэффициент b дает достаточно точную оценку величины Δm

Для проверки эффективности предложенного алгоритма выполнено математическое моделирование его работы.

Угловое движение приборного трехгранника X моделируется в виде двух вращений:

- быстрое вращение с постоянной угловой скоростью $360^\circ / \text{сек.}$ вокруг оси x_3 , неподвижной в приборном трехграннике X ,
- менее быстрое вращение с постоянной угловой скоростью $40^\circ / \text{сек.}$ вокруг оси, отклоненной на некоторый угол α от оси первого вращения и неподвижной в инерциальном пространстве, с которым связан трехгранник S . Углу α придаются значения $1^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 20^\circ$.

Тактовая частота съема информации принята равной 1000 Герц, что соответствует значению $\tau = 0.001$ сек, интервал обновления коррекции масштабного коэффициента взят равным $T = 1$ сек.

При отсутствии всех других погрешностей, кроме масштабного коэффициента ДУСа по оси 3, принятого равным 1.0001, погрешность вычисления ориентации с использованием алгоритма компенсации на всем 30-минутном интервале времени не превысила

3 дуговых секунд (при суммарном угле поворота 1296000 градусов). Моделирование выполнено с перебором угла между осями: $1^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 20^\circ$.

При наличии погрешностей ДУСов осей 1 и 2, включающих постоянный дрейф 0.05 град/час по каждой оси x_1 и x_2 , перекос осей x_1 и x_2 между собой на $32''$, отклонение масштабных коэффициентов по осям x_1 и x_2 $\Delta m_1 = 0.0001, \Delta m_2 = 0.0001$, моделирование выполнено с перебором угла между осями: $1^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 20^\circ$. Погрешность алгоритма с компенсацией при $\Delta m_3 = 0.0001$ практически совпадает с погрешностью алгоритма без компенсации при $\Delta m_3 = 0$.

По результатам моделирования сделан вывод о достаточно высокой эффективности рассмотренного алгоритма.

В третьей и четвертой главах на примере системы ДУСов рассмотрена возможность повышения точности измерения трехмерного вектора при использовании избыточной системы одноосных чувствительных элементов. Проанализированы варианты выбора ориентации измерительных осей при их размещении в приборном трехграннике. Предложенные алгоритмы применимы для произвольной ориентации осей, что позволяет анализировать свойства любого блока ЧЭ, в том числе и при отказе чувствительных элементов по некоторым из его осей. Предложен метод оценки качества каждого чувствительного элемента по отличию его замеров от измерения той же проекции остальными ЧЭ и способ формирования индивидуальных весовых коэффициентов для ЧЭ каждой оси с учетом полученных оценок. Выполнено математическое моделирование работы блока чувствительных элементов с различным количеством функционирующих ДУСов, с учетом инструментальных погрешностей ЧЭ одной из осей чувствительности, на некоторых эталонных движениях объекта. На примере 6-осного БЧЭ показано, что использование весовых коэффициентов позволяет заметно повысить точность измерений при выходе отдельных ЧЭ за пределы допуска.

Номинальная ориентация n осей чувствительности задана матрицей A , размерности $n \times 3$, каждая строка которой состоит из компонент единичного вектора соответствующей оси. При истинном значении измеряемого трехмерного вектора r , представленного в виде матрицы-столбца, отсчеты n чувствительных элементов можно

представить вектором-столбцом h , размерности $n \times 1$. Минимум модуля вектора $h - Ar$ обеспечивается при $r = (A^T A)^{-1} A^T h$.

Если каждой компоненте присвоить вес, то оптимальным будет $r = (A^T D A)^{-1} A^T D h$, где D - диагональная матрица весовых коэффициентов.

При полученной оценке измеряемого вектора оценки проекций этого вектора на измерительные оси имеют вид $\hat{h} = Ar = A(A^T A)^{-1} A^T h$. Отличие этой оценки от показаний ЧЭ соответствующих измерительных осей $\Delta h = h - \hat{h} = [E - A(A^T A)^{-1} A^T] h$ можно рассматривать как вектор невязок показаний ЧЭ с оценками этих же проекции всей системой ЧЭ. Считая дисперсионную матрицу погрешностей измерений h диагональной, можно сосчитать дисперсионную матрицу невязок

$P^{\Delta h} = [E - A(A^T A)^{-1} A^T] p$. Диагональные элементы этой матрицы $p_{ii}^{\Delta h}$

дают номинальные дисперсии невязок по каждой измерительной оси. Квадратный корень из них дает среднеквадратичные значения. С этими значениями $\sqrt{p_{ii}^{\Delta h}}$ сравниваются фактические значения невязок.

Для выбора весовых коэффициентов ЧЭ измерительных осей вычисляется вектор u_i нормированных отношений квадратов невязок к их дисперсиям

$$\tilde{u}_i = \frac{(\Delta h_i)^2}{p_{ii}}, \quad u_i = n \tilde{u}_i / \sum_{i=1}^n \tilde{u}_i, \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i = 1$$

Весовые коэффициенты осей вычисляются по формуле

$$d_i = 1 / (1 + u_i^4)$$

График функции приведен на рисунке.

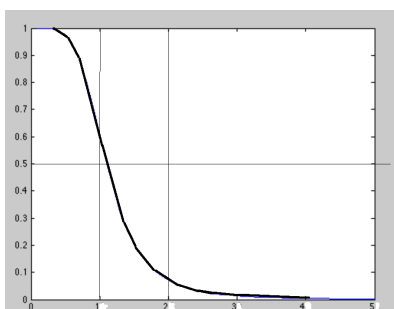


Рисунок 4. График зависимости весового коэффициента от нормированного отношения квадрата невязки к ее дисперсии

При равенстве нормированного отношения среднему значению весовой коэффициент равен 0.5. Его значение резко падает при увеличении отношения и так же резко растет при уменьшении. Если фактическая погрешность какого-то чувствительного элемента окажется завышенной, то его показания будут учтены с меньшим весом, точность измерения возрастет.

Один из рассмотренных в диссертации вариантов блока чувствительных элементов - 6-осный изображен на рисунке 5.

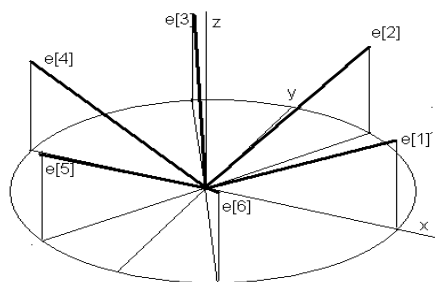


Рисунок 5. Ориентация измерительных осей в шестиосном БЧЭ

Единичные вектора осей чувствительности:

$$\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ 0 \\ \sin \alpha \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_{1+i} = \begin{pmatrix} \cos \frac{i\pi}{3} \cos \alpha \\ \sin \frac{i\pi}{3} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}, \quad \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Блоки ЧЭ с четырьмя и пятью осями построены аналогично.

В четвертой главе приведены результаты математического моделирования работы различных вариантов БЧЭ в условиях орбитального полета. Моделируется работа на орбите в двух режимах:

- сохранение орбитальной системы координат (вращение вокруг нормали к орбите с угловой скоростью $0.07^\circ/\text{сек}$, оборот спутника вокруг Земли за время чуть меньше 90 минут) в течение суток (чуть меньше 17 оборотов).
- разворот на 90° за 45 секунд.

Чувствительному элементу измерительной оси с номером 1 придаются инструментальные погрешности (в различных комбинациях):

Дрейф $0.01^\circ/\text{час}$, Масштаб 1.0002
 Перекос « λ » $30''$, Перекос « φ » $30''$

Дрейф, при представлении результатов моделирования, разложен на две составляющие: $\Delta\omega_{\parallel}$ - дрейф, коллинеарный угловой скорости вращения объекта, и $\Delta\omega_{\perp}$ - дрейф, ортогональный угловой скорости вращения объекта. Погрешности ориентации, соответствующие этим составляющим дрейфа: ΔS_{\parallel} , ΔS_{\perp} .

Пример результатов моделирования работы БЧЭ в орбитальном режиме в течение суток (24 часа) приведен в таблице 4.

Таблица 4. Влияние постоянного дрейфа ДУС_1 (0.01 град. в час). Шестиосный вариант блока ЧЭ

Вращение 0.07 град в сек. вокруг оси	Скорость дрейфа трехгранника [град/мин]		Погрешность вычисления ориентации [дуг. сек]		Активные оси с №					
	$\Delta\omega_{\parallel}$	$\Delta\omega_{\perp}$	ΔS_{\parallel}	ΔS_{\perp}	1	2	3	4	5	6
1-0-0	0.0070	0.0251	607.19	20.59	+	+	+	+		
	0.0087	0.0134	758.94	11.02	+		+	+	+	
	0.0070	0.0251	607.19	20.59	+	+		+	+	
	0.0063	0.0113	546.47	9.31	+	+	+	+	+	
	0.0070	0.0113	607.19	9.31	+	+	+	+		+
	0.0063	0.0038	546.47	3.15	+	+	+		+	+
	0.0052	0.0057	455.39	4.72	+	+	+	+	+	+

Аналогичные таблицы получены перебором инструментальных погрешностей, включая одновременное действие их всех, и с перебором осей БЧЭ, вокруг которых выполняется вращение.

Результаты моделирования работы БЧЭ с различным количеством осей чувствительности (четыре, пять и шесть) при функционировании всех имеющихся осей при действии всех моделируемых инструментальных погрешностей на оси ДУС-1 сведены в таблицу 5.

Таблица 5. Погрешности БЧЭ с различным количеством осей чувствительности при функционировании всех имеющихся осей при одновременном действии всех моделируемых инструментальных погрешностей на оси ДУС-1

Вращение 0.07 град в сек. вокруг оси	Скорость дрейфа треугольника		Погрешность вычисления ориентации [дуг. сек]		Число осей В блоке ЧЭ
	$\Delta\omega_{//}$	$\Delta\omega_{\perp}$	$\Delta S_{//}$	ΔS_{\perp}	
1 – 0 – 0	0.0163	0.0179	1414.63	14.68	четыре
	0.0130	0.0143	1131.70	11.74	пять
	0.0109	0.0119	943.09	9.78	шесть
0 – 1 – 0	0	0.0480	0	39.33	четыре
	0	0.0384	0	31.47	пять
	0	0.0320	0	26.22	шесть
0 – 0 – 1	0.0269	0.0984	2330.17	80.60	четыре
	0.0215	0.0787	1864.14	64.48	пять
	0.0179	0.0656	1553.45	53.73	шесть

Разворот на 90 градусов за 45 секунд выполняется с постоянной угловой скоростью вокруг каждой координатной оси. Погрешности вычисления ориентации для БЧЭ с различным количеством осей чувствительности представлены таблицей 6.

Таблица 6. Максимальные погрешности при разворотах

Поворот на 90 град. за 45 секунд вокруг оси	Погрешность вычисления ориентации [дуг. сек]	Число осей в блоке ЧЭ
1 - 0 - 0	12	Четыре
	10	Пять
	8	Шесть
0 - 1 - 0	38	Четыре
	28	Пять
	24	Шесть
0 - 0 - 1	48	Четыре
	38	Пять
	34	Шесть

Результаты моделирования работы БЧЭ с использованием алгоритма регулирования весовых коэффициентов, полученные на примере шестиосного БЧЭ, представлены в следующих двух таблицах

Таблица 7. Шестиосный вариант блока ЧЭ при работе всех шести осей в орбитальном режиме при действии на ДУС_1 всего комплекта инструментальных погрешностей.

Вращение 0.07 град в сек. вокруг оси	Скорость дрейфа трехгранника		Погрешность вычисления ориентации [дуг. сек]		Использование весовых коэффициентов.
	$\Delta\omega_{//}$	$\Delta\omega_{\perp}$	$\Delta S_{//}$	ΔS_{\perp}	
1 - 0 - 0	0.0109	0.0119	943.09	9.78	нет
	0.0016	0.0020	139.00	1.65	да
0 - 1 - 0	0	0.0320	0	36.05	нет
	0	0.0048	0	4.00	да
0 - 0 - 1	0.0179	0.0656	1553.45	53.73	нет
	0.0030	0.0096	262.80	7.92	да

Таблица 8. Шестиосный вариант блока ЧЭ при работе всех шести осей в режиме разворота при действии на ДУС_1 всего комплекта инструментальных погрешностей.

Поворот на 90 град. за 45 секунд вокруг оси	Максимальная погрешность вычисления ориентации [дуг. сек]	Использование весовых коэффициентов.
1 - 0 - 0	8.0	нет
	1.5	да
0 - 1 - 0	24.0	нет
	4.0	да
0 - 0 - 1	34.0	нет
	5.0	да

Выполненное исследование раскрывает влияние инструментальных погрешностей одной из измерительных осей на точность выполнения функции БЧЭ с избыточным количеством осей чувствительности в рассмотренных режимах работы БЧЭ и подтверждает эффективность предложенного алгоритма формирования весовых коэффициентов осей чувствительности при формировании оценки измеряемой угловой скорости объекта.

В заключении диссертации перечислены основные результаты, полученные в работе.

В диссертационной работе изложены решения выбранных для исследования задач, способствующие повышению точности бесплатформенных инерциальных навигационных систем.

Основные результаты работы.

1. Предложена модель блока чувствительных элементов бесплатформенной инерциальной навигационной системы, удобная для отработки бортовых алгоритмов. Выбрана такая механика движения объекта, которая для достаточно сложного движения с четырьмя произвольными параметрами позволяет вычислять аналитически интегралы от угловых скоростей и кажущихся ускорений, не прибегая к интегрированию дифференциальных уравнений. С использованием предложенной модели отработан бортовой алгоритм начальной выставки бесплатформенной инерциальной навигационной системы, выполнено сравнение двух различных вариантов бортового алгоритма вычисления ориентации приборного трехгранника и выбран лучший. Преимущество выбранного варианта расчета ориентации продемонстрировано обработкой реальных показаний лазерных гироскопов бесплатформенной инерциальной навигационной системы при ее испытаниях на вибростенде.

2. Решена задача использования бесплатформенной инерциальной навигационной системы на объекте с быстрым вращением вокруг продольной оси в полете. Предложен алгоритм уточнения масштабного коэффициента продольного датчика угловой скорости по показаниям одноосного гиросtabilизатора с одновременной коррекцией параметров ориентации объекта. Вся погрешность в определении ориентации объекта, накопленная за время, прошедшее до уточнения коэффициента, при каждом сеансе коррекции устраняется практически полностью.

3. Выполнен анализ возможности повышения точности навигационной системы при использовании избыточного

количества чувствительных элементов. Предложен алгоритм формирования выходной информации о трехмерном векторе при наличии избыточного количества осей чувствительности соответствующих измерителей. Алгоритм позволяет использовать индивидуальные веса для информации каждого чувствительного элемента. Предложен алгоритм формирования весовых коэффициентов по сравнительному анализу показаний чувствительных элементов, позволивший повысить точность навигационной системы в целом. Математическим моделированием работы блока чувствительных элементов с избыточным количеством осей чувствительности подтверждена эффективность предложенного метода формирования весовых коэффициентов.

Выполнен анализ точности работы БИНС с шестиосным блоком чувствительных элементов, с учетом механики невесомости в условиях орбитального полета.

Алехова Елена Юрьевна

**НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ БЕСПЛАТФОРМЕННЫХ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ
НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ (БИНС)**

Автореферат на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Подписано к печати _____ 2016 г.

Тираж 70 экз.

Заказ № _____

Отпечатано в Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
119526, Москва, проспект Вернадского, д. 101, корп. 1